

МАТЕМАТИКА

5

$$d=2r$$



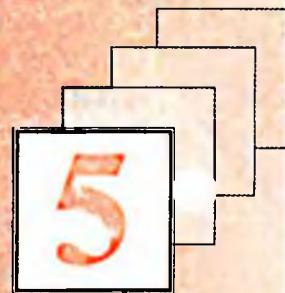
$$V=a^3$$

$$\frac{k}{n} : \frac{p}{q} = \frac{k}{n} \cdot \frac{q}{p}$$

$$P=2(a+b)$$

М. А. МИРЗААХМЕДОВ,
А. А. РАХИМКАРИЕВ

МАТЕМАТИКА



Утвержден Министерством народного
образования Республики Узбекистан в
качестве учебника для 5-го класса
общеобразовательных школ

Государственное научное издательство
«O'zbekiston milliy ensiklopediyasi»
Ташкент — 2007

Рецензенты: Л. Н. Тен

— зав. сектором математики отдела
точных предметов РЦО

И. В. Чернякова

— учитель математики высшей категории
школы №3 Сергелийского района
г. Ташкента

Дорогой ученик!

Узбекистан дал мировой науке и культуре многих ученых, писателей, художников, государственных деятелей. Знай, что ты — продолжатель их дел. На моих страницах ты увидишь образцы их творчества. Они говорят с тобой через века — гордись ими!

Молодость — время постижения знаний. Народная мудрость гласит: “Знания, полученные в юности, крепки как камень”. Чтобы научиться математике, нужны упорство и настойчивость, нужно перерешать множество задач. Дружи со мной и я буду тебе хорошим помощником!

Твой учебник “Математика”.

Условные обозначения:



— темы;



— активизирующие вопросы,
задания и упражнения;



— запомните;



— вопросы и задания;

12. — упражнения для занятий в
классе;



— домашнее задание;



— выделение основного
материала;



5. — более сложные задачи;



— исторические сведения;



— проверь себя!

**Издана для аренды за счет Республиканского
целевого книжного фонда.**

М. $\frac{4306020500}{358-2007}$ 07

ISBN 978-9943-07-047-9

© Мирзаахмедов М.А., Рахимкариев А.А., 2007

© Государственное научное издательство
«O'zbekiston milliy ensiklopediyasi», 2007.



Повторение курса начальной школы

Уважаемый ученик! В начальных классах ты познакомился с натуральными числами в пределах миллиона и четырьмя действиями над ними. Предлагаем упражнения на повторение этого материала.

1. (Устно). Выполните действия:

- 1) $1500 + 1000$; 3) $3450 + 550$; 5) $4575 - 3075$;
2) $1200 + 800$; 4) $2500 - 400$; 6) $5650 - 5550$.

Выполните действия: (2–3):

2. 1) $7758 : 18 + 750 \cdot 6$; 3) $(832 + 1168) : 40 \cdot 50$;
2) $9252 : 36 - 630 : 9$; 4) $(3954 - 1854) \cdot 12 : 90$.
3. 1) $(4411 : 11 + 765 : 5) \cdot 225 - 2007$;
2) $(2736 \cdot 5 - 1260 \cdot 7) : 27 + 3920$;
3) $(3280 \cdot 8 + 5400 : 25) \cdot 2 - 21200$;
4) $(88 \cdot 8 - 9999 : 99) : 9 + 9932$.
4. В двух складах было всего 123 т овощей. После того как было вывезено по одинаковому количеству овощей, в одном складе осталось 350 ц, в другом 460 ц овощей. По сколько центнеров было вывезено овощей с каждого склада?
5. В автобусе было 46 пассажиров. На остановке вышли 4 человека, и вошли 8 человек. Сколько пассажиров стало в автобусе?



$$\boxed{1 + 2 + 3 + 4} + \boxed{5} + \boxed{6 + 7 + 8 + 9} = 4 \cdot 10 + 5 = 45$$

$11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 = ?$
 $\dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots = ?$
 $91 + 92 + 93 + 94 + 95 + 96 + 97 + 98 + 99 = ?$
Заметили закономерность? Подсчитайте.

6. Ученики посадили в школьном саду 280 саженцев яблонь и 380 саженцев сливы. В каждом ряду посадили поровну саженцев. При этом яблонь оказалось на 5 рядов меньше слив. Сколько рядов яблонь и сколько рядов слив посадили учащиеся?
7. У Забихи было 1 300 сумов. Она купила книгу за 850 сумов и мороженое за 150 сумов. Сколько денег у нее осталось?
8. Из двух городов в одно и то же время выехали навстречу друг другу велосипедист и мотоциклист. Велосипедист проходит 12 км в час. А мотоциклист проходит в 4 раза быстрее. Найдите расстояние между городами, если они встретятся через 3 часа?
9. Выполните действия:
 - 1) $54 : 9 + 24 - 10$;
 - 2) $8 \cdot 9 - (42 : 3 - 4) + 38$;
 - 3) $100 + 100 : (62 - 37) \cdot 5$;
 - 4) $(56 + 8) \cdot (97 - 35 : 5)$.
10. Машина двигалась 3 ч со скоростью 60 км/ч и 2 ч со скоростью 70 км/ч. Какой путь прошла машина за 5 часов?
11.
 - 1) Длина стороны квадрата 10 см. Найдите его периметр.
 - 2) Периметр квадрата 60 см. Найдите длину его стороны.
12. Одно число больше другого на 20, а их сумма равна 70. Найдите эти числа.
13. Длина прямоугольного четырехугольника 25 см, а ширина 20 см. Найдите его периметр.
14. Решите уравнение:
 - 1) $x + 20 = 80$;
 - 2) $220 - x = 120$;
 - 3) $x - 60 = 140$;
 - 4) $x : 20 = 10$;
 - 5) $15x = 75$;
 - 6) $40 : x = 4$.
15. Выполните деление с остатком:
 - 1) $100 : 30$;
 - 2) $80 : 15$;
 - 3) $100 : 7$;
 - 4) $115 : 9$;
 - 5) $226 : 3$;
 - 6) $201 : 10$;
 - 7) $1\,000 : 9$;
 - 8) $1\,001 : 10$.
16. Пешеход прошел за 1 ч 5 км. Скорость велосипедиста в 3 раза больше скорости пешехода. Сколько километров проедет велосипедист за 2 часа?
17. Сад имеет форму прямоугольника. Его длина 40 м, ширина 30 м. На калитку и ворота отведено 4 м. Найдите длину ограды сада?

§ 1. Натуральные числа и нуль

1



Десятичная система счисления

Дорогой ученик! Тебе известно, что для записи чисел используются **десять цифр**:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Например: 118, 555, 2 815, 12 507. Каждая цифра в зависимости от **позиции** в записи числа имеет разное значение. В частности, в записи числа 666 – шестьсот шестьдесят шесть, участвуют одинаковые цифры. Каждая цифра 6 имеет свою позицию: первая цифра справа означает, что в числе 6 единиц; вторая цифра справа – в числе 6 десятков; и, наконец, третья цифра справа означает, что в числе 6 сотен:

$$666 = \underline{6} \cdot 100 + \underline{6} \cdot 10 + \underline{6} \cdot 1.$$

Каждая единица разряда десятков в **10 раз больше** каждой единицы разряда единиц, т.е. $10 : 1 = 10$ и т. д.

Такой способ записи чисел с помощью десяти цифр называется **десятичной системой счисления**.



При записи числа “начало разрядов будет справа от пишущего. И это будет первый из них, и состоит он из единиц. Второй – разряд десятков, третий – разряд сотен, четвертый – разряд тысяч...”

Аль-Хорезми

- ! 1. В десятичной системе счисления любое число можно записать с помощью десяти цифр.
- 2. Каждый разряд в 10 раз больше предыдущего разряда, и в 10 раз меньше последующего.

- ?** 1. 1) Сколькими цифрами пользуются при записи чисел? Выберите правильный ответ из следующих вариантов: а) 9; б) 10. 2) Что такое десятичная система счисления?
2. Скажите, какие цифры участвуют в следующих числах:
1) 123, 435, 709, 886; 2) 21 345, 45 670, 9 877, 6 002.
3. Что обозначает цифра 3 в записи чисел:
1) 13, 37, 33, 30; 3) 7 073, 5 235, 6 378, 3 014;
2) 203, 430, 308, 333; 4) 54 213, 67 031, 43 092?
4. 1) Запишите все двузначные числа, где участвует цифра 5?
2) Какие двузначные числа можно записать с помощью цифр 1 и 4? А с помощью цифр 0 и 3?
- 5.** Если к числу 123 приписать справа нуль, то во сколько раз оно увеличится? На сколько увеличится? А если приписать два нуля?
- 6.** Запишите все трехзначные числа, в записи которых употребляются следующие цифры без повторений:
1) 2, 3, 4; 2) 0, 3, 9; 3) 4, 5, 7; 4) 0, 6, 8.
- 7.** Сколько разных цифр использовано для записи следующих чисел: 1) 4 765; 2) 98 020; 3) 122 222?
- 8.** После того, как Мамура прочла 56 страниц книги, оказалось, что оставшаяся часть книги на 16 страниц больше прочитанной. Сколько страниц в этой книге?
- 9.** Запишите все двузначные числа, в записи которых употребляется только цифра 1.
- 10.** Выполните действия:
1) $7\,290 : 45 + 38$; 3) $(243 + 557) : 25$;
2) $2\,436 : 58 + 152$; 4) $(856 - 766) \cdot 44$.

2



Ряд натуральных чисел



- | | |
|------------------------------|--------------|
| – Сколько лепешек в тандыре? | 25 лепешек. |
| – Сколько учеников в классе? | 31 ученик. |
| – Сколько деревьев в саду? | 60 деревьев. |

Чтобы ответить, считаем: 1, 2, 3,

Числа, используемые при счете, называются натуральными числами.

Каждое натуральное число пишут с помощью цифр. Предположим, что натуральные числа записаны одно за другим, без пропусков:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, ... это – ряд натуральных чисел.

- ! – Ряд натуральных чисел начинается с 1.
- 1 – наименьшее натуральное число.
- Каждое натуральное число получается прибавлением 1 на предыдущее число: $7 = 6 + 1$; $60 = 59 + 1$; $100 = 99 + 1$.
- 0 – не натуральное число, и при счёте означает отсутствие предмета.
- Наибольшего натурального числа не существует, так как после каждого натурального числа следует натуральное число больше его на 1.
- Чтобы найти предыдущее число от заданного числа, начиная от 2 в ряду натуральных чисел, достаточно вычесть от него 1.

Чтобы записать ряд натуральных чисел, выписываем, через запятую, несколько первых чисел, затем ставим многоточие «...».

- ? 11. 1) Что вы понимаете под рядом натуральных чисел?
2) Каким числом начинается ряд натуральных чисел?
A) 1; B) 2; C) 3; D) 4.
3) Какое наименьшее число в ряду натуральных чисел?
A) 1; B) 2; C) 3; D) нельзя показать.

12. Для каждого из данных чисел ряда натуральных чисел напишите предыдущее и следующее за ним:
1) 349; 2) 2 033; 3) 10 001; 4) 77 000; 5) 9 997.
13. Какое число предшествует наименьшему трехзначному числу в ряду натуральных чисел? Какое место занимает оно в ряду натуральных чисел?
14. Чему равно наибольшее трехзначное натуральное число? Какое число следует за ним? Сколько цифр использовано для записи этого числа?

15. Сколько всего: 1) двузначных; 2) трехзначных чисел?
16. Используя все цифры по одному разу, напишите: 1) наибольшее десятизначное число; 2) наименьшее десятизначное число.
17. Чему равно наименьшее пятизначное число? Из каких цифр оно состоит? На сколько оно больше наименьшего четырехзначного числа?
18. Выполните действия:
1) $112 \cdot 6 : 3 + 4 \cdot 19$; 2) $108 \cdot 24 : 4 + 3 \cdot 14$.

3

**Многочисленные числа. Единицы разрядов**

- Чему равно: 1) наименьшее; 2) наибольшее семизначное число? Какие цифры участвуют в записи этих чисел?
- Уловили ли вы закономерность в записи наименьшего и наибольшего семизначного числа? Постарайтесь сделать вывод!

Число, состоящее из нескольких, не обязательно разных, цифр, называется **многочисленным числом**.

Например: 10, 24, 99 – двузначные; 100, 148, 777 – трехзначные; 1 000, 1 567, 9 999 – четырехзначные; 1 182 502 – семизначное число.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 – однозначные числа.

В десятичной системе счисления число 10 играет особую роль: 10 единиц – это 1 десяток, 10 десятков – 1 сотня, 10 сотен – 1 тысяча и т.д. Числа 1, 10, 100, 1 000, 10 000, ... называются **разрядными единицами**. Единица каждого следующего разряда в 10 раз больше единицы предыдущего разряда.

! Ноль считается однозначной цифрой.

19. 1) Что значит: однозначное, двузначное, ..., многочисленное число? Сколько однозначных чисел?
2) Что такое разрядные единицы? Назовите их.

20. Приведите по три примера: 1) двузначных; 2) трехзначных; 3) пятизначных; 4) восьмизначных чисел.
21. 1) Сколько десятков составляют: а) 30 единиц; б) 200 единиц?
2) Сколько сотен составляют 50 десятков?
22. Напишите число, в котором: 1) 6 тысяч 5 сотен и 7 десятков; 2) 40 тысяч, 9 сотен и 9 десятков.
23. Сколько всего: 1) четырехзначных; 2) шестизначных чисел?
24. Решите уравнение:
1) $548 + x = 2\,223$; 3) $x - 756 = 5\,444$;
2) $1\,002 - y = 779$; 4) $y + 865 = 9\,866$.
25. Подряд записаны числа от 1 до 99: 123...9899. 1) Сколько цифр в этом числе? 2) Сколько раз в этой записи встречается цифра 6? а цифра 9?
26. Каким знаком действий следует заменить *, если
 $21 * 1 = 21$? $2 * 2 * 2 = 6$? $5 * 1 * 1 = 5$?
27. Чему равно наименьшее четырехзначное число больше 2007 и оканчивающееся цифрой 5? На сколько она меньше наименьшего пятизначного числа?
28. Найдите сумму наибольшего пятизначного и наименьшего четырехзначного числа
29. Напишите в порядке возрастания и убывания все двузначные числа: 1) оканчивающиеся цифрой 7: 2) содержащие цифру 8.
30. Выполните действия:
1) $67 \cdot 209 - 209$; 2) $3\,990 : 38 + 895$

4

**Запись и чтение натуральных чисел**

Если разделить многозначные числа на классы, то удобно будет их писать и читать. Для этого объединим цифры данного многозначного числа в группы по 3 цифры, начиная с разряда единиц. Эти группы называются **классами**. В самой левой группе может быть одна или две цифры.

Цифры каждого класса, считая справа налево, показывают, сколько единиц каждого разряда: единиц, десятков, сотен содержится в данном классе.

Приведем названия классов и разрядов в записи чисел:

Классы	...	МИЛЛИАРДЫ			МИЛЛИОНЫ			ТЫСЯЧИ			ЕДИНИЦЫ		
Разряд- ные едини- цы	...	сотни миллиардов	десятки миллиардов	единицы миллиардов	сотни миллионов	десятки миллионов	единицы миллионов	сотни тысяч	десятки тысяч	единицы тысяч	сотни	десятки	единицы

Справа: первый класс — единицы, второй класс — тысячи, третий класс — миллионы, четвертый класс — миллиарды.



— От вас в глазах рябит! 8200461; 38403297;
 Не могу вас прочитать! 123456789.
 — Разбей на классы!
 8 200 461; 38 403 297; 123 456 789.
 — О, теперь дело пошло!

При чтении чисел обращайтесь внимание на эти правила:

1-е правило. Чтобы прочитать трехзначное число, произносят по очереди, начиная с разряда сотен, название каждого разряда; разряд, содержащий 0, пропускают.

Например: 238 — двести тридцать восемь; 805 — восемьсот пять.

2-е правило. Если в числе больше 3 цифр, то, чтобы его прочитать, это число сначала разбивают на классы, затем, читая слева направо, к названию числа каждого класса добавляют название этого класса.

Чтобы прочитать число 3245789016, разбиваем его на классы:
 3 245 789 016. Читаем: 3 миллиарда 245 миллионов 789 тысяч 16.

(!) Название класса единиц не произносится.

Каждое натуральное число можно записать в виде суммы разрядных единиц.

Примеры. 1) $2\ 983 = \underline{2} \cdot 1\ 000 + \underline{9} \cdot 100 + \underline{8} \cdot 10 + \underline{3} \cdot 1$;

2) $710\ 035 = \underline{7} \cdot 100\ 000 + \underline{1} \cdot 10\ 000 + \underline{0} \cdot 1\ 000 + \underline{0} \cdot 100 + \underline{3} \cdot 10 + \underline{5} \cdot 1$.

Цифра, соответствующая единицам разряда, подчеркнута.

Запишем эти числа в виде суммы разрядных единиц класса:

1) $2\ 983 = \underline{2} \cdot 1\ 000 + \underline{983}$; 2) $710\ 035 = \underline{710} \cdot 1\ 000 + \underline{35}$.

Полезно знать! Можете себе представить миллиард?

— Чтобы прошел 1 миллиард секунд, нужно ждать около 32 лет.

— Толщина книги в 1 миллиард страниц будет более 40 км.

- (?) 31.** 1) Как разбивают на классы многозначные числа?
2) Назовите первые 4 класса и их разряды.
3) Разъясните правила чтения трех- и четырехзначных чисел. Название какого класса не произносится?

32. Запишите числа словами:

- 1) 536; 3) 4 321; 5) 30 067; 7) 2 403 113;
2) 704; 4) 21 544; 6) 123 456; 8) 5 307 811.

33. Запишите числа цифрами:

- 1) два миллиона восемьдесят семь тысяч семьсот одиннадцать;
2) пять миллионов шестьсот семьдесят восемь тысяч девятьсот один;
3) один миллиард тридцать два миллиона тридцать две тысячи тридцать два;
4) семьдесят миллиардов семьдесят миллионов семь тысяч семьсот.

34. Прочитайте числа, записанные в виде суммы разрядных единиц:

- 1) $\underline{7} \cdot 100 + \underline{6} \cdot 10 + \underline{2} \cdot 1$; 2) $\underline{4} \cdot 1\ 000 + \underline{3} \cdot 100 + \underline{2} \cdot 10 + \underline{1} \cdot 1$;



Скажи-ка, друг,
сколько дней
прошло со дня
твоего рождения?

3) $5 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 5 \cdot 1$; 4) $1 \cdot 1\,000 + 8 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 7 \cdot 1$.

35. Запишите числа в виде суммы разрядных слагаемых:

1) наименьшее пятизначное число; 2) наименьшее шестизначное число; 3) наибольшее пятизначное число; 4) наибольшее шестизначное число.

36. Запишите все двузначные числа, сумма цифр которых равна: 1) 5; 2) 6; 3) 7; 4) 10.

37. Запишите цифрами числа, упомянутые во фразах:

1) наибольшее расстояние от Земли до Луны — 406 тысяч километров, наименьшее — 356 тысячи километров;

2) протяженность реки Нарын 578 тысячи метров.

38. Выполните действия:

1) $95 + 205 \cdot 47$;

3) $111\,111 : 37 + 9$;

2) $902 \cdot 74 - 1\,008$;

4) $162 : 18 + 45 \cdot 78$.

5



Сравнение натуральных чисел

Сравнить два числа — это значит определить, какое из них больше, а какое — меньше.

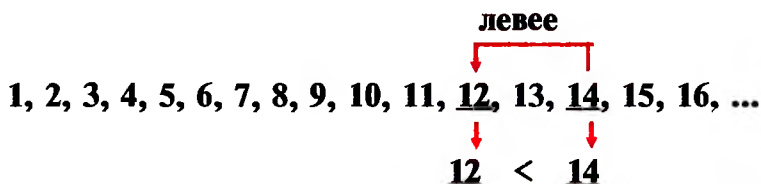
Например, число 5 меньше 8, так как $5 + 3 = 8$. Это мы пишем в виде $5 < 8$. Такую запись называют **неравенством**. Знак «<» является знаком неравенства (числа, находящиеся на стороне острия знака «<», обращены в сторону меньшего числа). Число 8 больше 5, так как $8 - 5 = 3$. Это мы пишем в виде $8 > 5$.

Неравенство может быть **верным** или **неверным**:

$10 < 15$ — верное неравенство; $18 < 7$ — неверное неравенство.

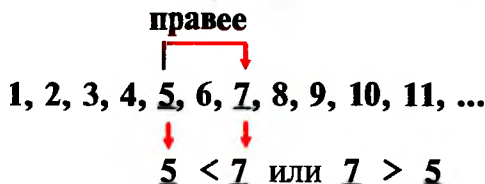
Из двух натуральных чисел меньше то, которое находится в ряду натуральных чисел левее.

Пример 1. $12 < 14$ — «число 12 меньше 14», так как в ряду натуральных чисел число 12 находится левее (впереди) числа 14.



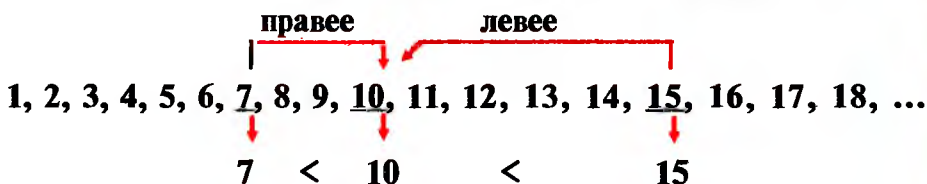
Из двух натуральных чисел больше то, которое находится в ряду натуральных чисел правее.

Пример 2. $7 > 5$ — «число 7 больше 5», так как в ряду натуральных чисел число 7 находится правее (после) числа 5:



Пример 3. Число 7 меньше, чем 10, а число 10 меньше, чем 15: $7 < 10$, $10 < 15$. Это записывается и читается в виде двойного неравенства в следующем порядке:

$7 < 10 < 15$ — «число 10 больше, чем 7, но меньше, чем 15».



Из двух натуральных чисел то больше, в котором знаков больше.



Если два натуральных числа имеют одинаковое число знаков, то большим является число, в котором больше единиц в наивысшем разряде и т.д.

правее

$8\ 037 > 7\ 999$, так как $8 > 7$ (единицы разряда тысяч);

левее

$5\ 326 < 5\ 498$, так как у обоих чисел разряд тысяч равен, однако разряд сотен различен и $3 < 4$.

Теперь сравним числа $782\ 459$ и $782\ 307$. Подпишем их один под другим:

$782\ 459$	
$782\ 307$	

$4 > 3$. Значит, $782\ 459 > 782\ 307$.

Если при таком сравнении окажется, что соответствующие цифры обоих чисел одни и те же, то такие числа равны.

Например, $31\ 078 = 31\ 078$, т.к. $3 = 3$, $1 = 1$, $0 = 0$, $7 = 7$, $8 = 8$.

39. 1) Что значит сравнить два натуральных числа?
2) Какое из двух чисел в натуральном ряду больше?
3) Как сравнить натуральные числа в соответствии с числом их цифр?

40. Сравните числа и результат запишите, сначала используя знак «>», а затем знак «<»:

- | | |
|-------------------|-----------------------------|
| 1) 159 или 1 400; | 3) 47 691 или 47 961; |
| 2) 4 100 или 999; | 4) 1 769 000 или 1 760 645. |

41. Прочитайте двойные неравенства:

- | | | |
|---------------------|---------------------|----------------------|
| 1) $14 < 17 < 25$; | 3) $44 < 45 < 46$; | 5) $75 < 89 < 93$; |
| 2) $29 < 33 < 38$; | 4) $50 < 65 < 70$; | 6) $98 < 99 < 100$. |

42. Запишите в виде двойного неравенства:
1) число 13 больше 11, но меньше 15;
2) число 33 больше 35, но меньше 27.
43. Запишите два ближайших числа, между которыми находится данное число? Ответ запишите в виде двойного неравенства:
1) 99; 2) 48; 3) 175; 4) 309; 5) 1 000.
Образец: $18 < 19 < 20$.
44. Какое из чисел больше и на сколько:
1) 130 или 160; 3) 1 234 или 1 245;
2) 445 или 409; 4) 7 654 или 7 645?
45. Какими цифрами надо заменить звездочку, чтобы получилось верное неравенство:
1) $13*2 > 1\ 332$; 3) $2\ 585 > 2\ 58*$; 5) $6\ 53* > 6\ 534$;
2) $5*43 < 5\ 943$; 4) $3\ 056 < 3*56$; 6) $4\ 139 > 4*39$?
46. Некоторые цифры заменены звездочками. Можно ли сравнить эти числа:
1) $6**$ и $4***$; 3) $6*4*4$ и $5*4*4$;
2) $14**$ и $17**$; 4) $**222$ и $*2222$?
47. Какое из чисел больше и во сколько раз:
1) 15 или 60; 3) 85 или 17; 5) 13 или 1 001;
2) 66 или 11; 4) 90 или 450; 6) 15 или 4 545?
48. Запишите: 1) в порядке возрастания все двузначные числа, большие 92; 2) в порядке убывания все трехзначные числа, меньшие 111.
49. Запишите натуральные числа, удовлетворяющие двойное неравенство:
1) $3 < a < 7$; 3) $43 < x < 47$; 5) $100 < c < 109$;
2) $7 < b < 10$; 4) $22 < y < 29$; 6) $174 < d < 179$.
50. Сравните величины и запишите ответ с помощью знаков « $\Rightarrow$ », « $\geq$ » или « $\leq$ »:
1) 45 мм и 5 см; 3) 100 кг и 1 ц;
2) 9 539 м и 9 км; 4) 4 000 г и 2 кг.

6



Округление натуральных чисел



- Когда ошибка будет меньше: если число 3500 заменить числом 3489 или числом 3509?
- На машину погрузили 5 т 998 кг груза. А что, если сказать около 6 тонн груза?

При решении прикладных задач часто приходится округлять многозначные натуральные числа.

При округлении натурального числа сохраняют его цифры до некоторого разряда, все последующие за ним цифры заменяют нулями. Полученное при этом число называют приближенно равным данному. « $\approx$ » — знак приближенного равенства.

При округлении натуральных чисел следуют правилам:

Правило 1. Если цифра, следующая за последней сохраняемой при округлении цифрой разряда меньше 5 (т.е. 0, 1, 2, 3 или 4), то последняя сохраняемая цифра не меняется.

Правило 2. Если цифра, следующая за последней сохраняемой цифрой разряда цифра 5 и больше (т.е. 5, 6, 7, 8 или 9), то последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу, т.е. 1.

Пример 1. Округлите числа до десятков 37 932; 18 759.

37 932		18 759	
↙	↘	↙	↘
эта цифра	цифра заме-	к этой цифре	цифра заме-
не меняется	няемая 0	прибавляют 1	няемая 0

$37\ 932 \approx 37\ 930$, так как $2 < 5$;

$18\ 759 \approx 18\ 760$, так как $9 > 5$.
 $5 + 1 = 6$

Пример 2. Округлите числа 8 729 и 3 850 до сотен.

$$8 \text{ } \overline{739} \approx 8 \text{ } \overline{700}, \text{ так как } 3 < 5;$$

$$\begin{array}{c} 8 + 1 = 9 \\ 3 \text{ } \overline{850} \approx 3 \text{ } \overline{900}, \text{ так как } 5 = 5. \end{array}$$

Пример 3. Округлите числа 132 485 и 327 619 до тысяч.

$$132 \text{ } \overline{485} \approx 132 \text{ } \overline{000}, \text{ так как } 4 < 5;$$

$$327 \text{ } \overline{619} \approx 328 \text{ } \overline{000}, \text{ } 6 > 5.$$

! Округление натуральных чисел начинается с десятков.

Иногда при округлении многозначных чисел, нули, которые замещают округляемые разряды, заменяют сокращениями «тыс.» (тысяч), «млн.» (миллионов) и «млрд.» (миллиардов):

$$12 \text{ } 087 \text{ } 234 \approx 12 \text{ млн.};$$

$$7 \text{ } 235 \text{ } 678 \text{ } 019 \approx 7 \text{ млрд.}$$

- ? 51.** 1) Сформулируйте правила округления натуральных чисел.
2) С какого разряда начинается округление натуральных чисел?

52. К которому из чисел справа или слева ближе число, заключенное между двойным неравенством?

$$1) 30 < 36 < 40; \quad 3) 100 < 155 < 200; \quad 5) 500 < 565 < 600;$$

$$2) 79 < 82 < 90; \quad 4) 350 < 365 < 390; \quad 6) 700 < 749 < 800.$$

53. Запишите по 4 числа из указанного промежутка, наиболее близких к заданному числу:

1) для числа 200 из промежутка 190 и 206;

2) для числа 605 из промежутка 600 и 610.

54. Округление числа 3 017, 7 723, 9 099, 26 548, 24 807 до:

1) десятков; 2) сотен; 3) тысяч.

55. Выразите протяженность рек с точностью до ста км:

1) протяженность Амударьи 1 415 км;

2) протяженность Сырдарьи 2 212 км.

56. 1) В школьной библиотеке 36 470 книг. Выразите это число, округляя: а) до тысяч; б) до десятков тысяч?
2) Решите подобную задачу для вашей библиотеки.
57. В автобусе 43 пассажира. Как сказать точнее: в автобусе 40 пассажиров или 50 пассажиров?
58. Округлите числа и запишите, используя знак « $\approx$ »:
1) до десятков тысяч: 57 220, 10 368, 200 768;
2) до сотен тысяч: 508 164, 990 021, 685 765;
3) до миллионов: 4 532 034, 7 220 789, 24 609 850;
4) до десятков миллионов: 16 789 055, 23 436 907 051.
59. Приближенное значение какого числа, удовлетворяющего двойное неравенство: 1) $170 < x < 180$; 2) $200 < x < 215$, равно следующему приближенному равенству:
1) $x \approx 170$; 2) $x \approx 180$; 3) $x \approx 210$; 4) $x \approx 200$?
60. Запишите в порядке возрастания все натуральные числа, приближенное значение которых равно 30 ($x \approx 30$).
61. Общая протяженность государственной границы Республики Узбекистан 6 221 км. Округлите ее с точностью: 1) до десяти километров; 2) до сотен километров; 3) до тысячи километров.

7



Отрезок. Прямая линия. Луч

Отрезок. Отметьте в тетради две точки. Обозначьте одну из них буквой A , вторую буквой B . Соединив эти точки линейкой, получим отрезок с концами A и B . При этом точки A и B называются **концами** отрезка. Отрезок обозначается AB или BA (рис. 1).

Каждый отрезок имеет определенную длину.



Рис. 1.



Рис. 2.

Произвольная точка C , в отрезке AB , разбивает отрезок AB на два отрезка AC и CB (рис. 2).

Длина отрезка AB равна сумме длины составляющих его отрезков:

$$AB = AC + CB.$$

Прямая линия. Прямая линия получается при неограниченном продолжении отрезка в обе стороны — за оба конца. Прямая линия обозначается любыми двумя точками A и B , лежащими на ней (рис. 3 а). Иногда прямую обозначают одной строчной буквой (рис. 3 б). Итак, на чертеже изображена прямая AB , или BA , или a

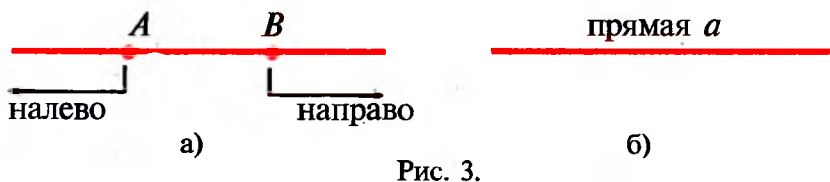


Рис. 3.

Через любые две различные точки можно провести одну и только одну прямую.

Таким образом, отрезок — это часть прямой, ограниченная с двух сторон (рис. 4).



Рис. 4.

Луч. Пусть O — некоторая точка прямой AB . Она разбивает прямую на две части, неограниченно продолженные влево и вправо от точки O (рис. 5 а, б). Каждая из этих частей является лучами.

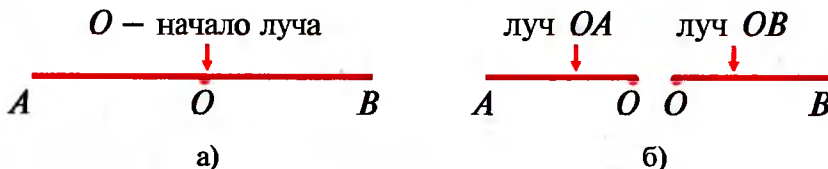


Рис. 5.

Часть прямой, ограниченная с одной стороны точкой, называется лучом. Точка O — называется началом луча.

Луч обозначается так: OA , OB . Начало O — на первом месте.

Числовой луч. Начертим луч Ox с началом в точке O , который неограниченно продолжается вправо. Отметим его стрелкой (рис. 6), отложенной на луче.

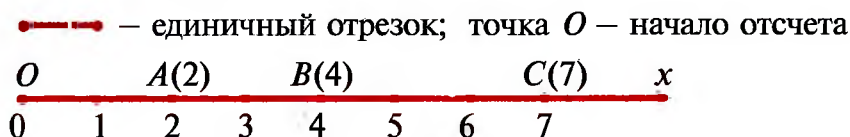


Рис. 6.

Выберем произвольный отрезок в качестве единичного.

По определению, он имеет длину 1. Будем откладывать единичный отрезок от точки O в правую сторону. Отложив его один раз, отметим на луче Ox число 1.

Откладывая этот отрезок достаточное число раз, отметим числа 2, 3, 4, ... в соответствии с тем, что, например, отрезок OA имеет длину 2, отрезок OB — длину 4 и т. д. Представив себе, что единичный отрезок отложен неограниченное число раз, получим мысленную возможность изобразить на луче весь ряд натуральных чисел.

Точка O называется началом отсчета и ей сопоставляется число 0. Построенный луч называется числовым лучом. Иногда числовой луч называют координатным лучом, или числовой осью.

На числовом луче натуральные числа последовательно изображаются точками, идущими слева направо в направлении луча.

Из двух натуральных чисел больше то, которое расположено на числовом луче правее.

Для того, чтобы найти на числовом луче точку, соответствующую некоторому натуральному числу n , следует n раз отложить от начала отсчета единичный отрезок. Точка A — правый конец n -го

единичного отрезка, соответствует числу n . Это число называется координатой точки A , что записывают так: $A(n)$. Длина отрезка OA (расстояние от точки A до начала отсчета O) равна в точности n : $OA = n$. Координата числа означает на сколько единиц дальше лежит эта точка от начала отсчета.

Из двух натуральных чисел больше то, которое расположено дальше от начала отсчета.

- ❓ 62. 1) Что вы понимаете под словами: отрезок, прямая линия, луч? Как они обозначаются?
2) Что такое единичный отрезок? Что такое числовая ось? Как сравниваются на ней два числа?

63. Отметьте в тетради точку O и проведите через нее три прямых линии. Сколько получилось лучей? Обозначьте их и запишите в тетрадь.

64. Начертите отрезок AB и обозначьте на нем точки C и D . Запишите все получившиеся отрезки.

65. Запишите все отрезки, прямые линии и лучи, изображенные на рис. 7.

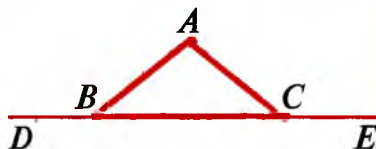


Рис. 7.

66. Запишите координаты точек A , B , C и D , отмеченные на координатном луче (рис. 8).

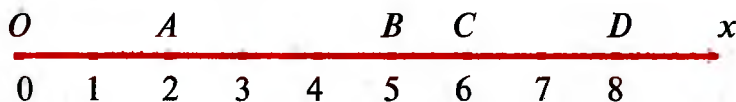


Рис. 8.

67. Запишите числа, лежащие на числовой оси между числами:
1) 99 и 108; 2) 997 и 1003.

68. Если к задуманному числу прибавить 118 и отнять от суммы 84, то получится 84. Какое число задумано?

69. Как с помощью 2 сосудов емкостью 6 л и 8 л можно отмерить 4 л воды?

70. Отметьте в тетради точки A, B, C, D . Каждую из них соедините с помощью отрезков. Сколько отрезков может получиться? Рассмотрите разные случаи.

71. Сколько отрезков на рис. 9? Запишите их в тетради.

- 72.** 1) Сколько прямых линий можно провести через одну точку?
 2) А через две точки?
 3) Сколько кривых линий можно провести через две точки?

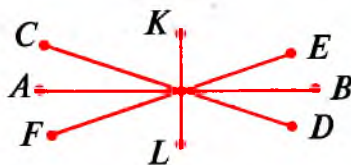


Рис. 9.

- 73.** 1) В плоскости проведены две прямые линии. В скольких точках они могут пересекаться?
 2) В плоскости проведены три прямые линии. В скольких точках они могут пересекаться? Рассмотрите разные случаи.
- 74.** Через точку O проведены: 1) 2 прямые линии; 2) 3 прямые линии. Сколько лучей, исходящих из с точки O , получается в каждом из случаев?
- 75.** Приняв отрезок длиной 5 мм за единичный, отметьте на числовом луче точки с координатами 4, 3, 7, 5.
- 76.** Приняв отрезок длиной 5 мм за единичный, постройте точки $A(2)$, $B(6)$, $C(8)$ и $D(10)$.
- 77.** Отметьте на числовой оси 4 точки и запишите их координаты. Длина единичного отрезка 5 мм.
- 78.** Решите уравнение:
 1) $9\ 677 - x = 1\ 807$;
 2) $x + 599 = 3\ 453$;
 3) $704 - x = 237$;
 4) $234 + c = 677$.



На тетрадной странице проведите 4 прямые линии так, чтобы страница разделилась на 11 частей!

Тест

1

Проверь себя!

1. Какой ответ соответствует ряду натуральных чисел:
A) 1, 2, 3, 4, 5; C) 1, 2, 3, 4, ... ;
B) 1, 4, 5, 6, ... ; D) 2, 3, 4,
2. Запишите цифрами число 3 миллиона 47 тысяч 750:
A) 347 500; B) 3 047 750; C) 30 047 500; D) 47 500.
3. Запишите 3 числа, предшествующих на числовом луче числу 423:
A) 422, 423, 424; C) 423, 424, 425;
B) 421, 422, 423; D) 420, 421, 422.
4. Запишите 3 числа, следующих на числовом луче за числом 79:
A) 78, 79; B) 79, 80; C) 80, 81; D) 77, 78.
5. Выберите из чисел, записанных в виде суммы разрядных слагаемых, число, соответствующее 836:
A) $80 + 30 + 6$; B) $800 + 30 + 6$; C) $8 + 30 + 6$.
6. Сколько разных цифр использовано в записи числа 220 394?
A) 6; B) 5; C) 4; D) 3.
7. Сколько всего двузначных чисел, в которых участвует цифра 7?
A) 10; B) 19; C) 9; D) 18.
8. Сколько всего трехзначных чисел, в записи которых участвуют только цифры 0, 8 и 9?
A) 4; B) 5; C) 6; D) 3.
9. Какими цифрами можно заменить звездочку, чтобы неравенство $2*8 < 258$ было верным:
A) 1, 2, 3, 4; B) 6, 7, 8, 9; C) 0, 1, 2, 3, 4.
10. Наименьшее из чисел 137 454, 137 599, 147 454 и 147 445:
A) первое; C) третье;
B) второе; D) четвертое.



Исторические сведения

Кроме десятичной позиционной системы счисления, с древних времен использовались позиционные системы с основанием 20 (у североамериканских индейцев майя) и с основанием 60 (в Древнем Вавилоне). В современной компьютерной технике используется двоичная позиционная система счисления. Однако истории математики и культуры известны и непозиционные системы счисления. Такова, например, система счисления, основанная на употреблении особых знаков — букв латинского алфавита для обозначения десятичных разрядов и их половин:

$I = 1$, $V = 5$, $X = 10$, $L = 50$, $C = 100$, $D = 500$, $M = 1000$.

Это цифры древних римлян. Натуральные числа записываются при помощи повторения этих цифр. Если большая цифра стоит перед меньшей, то они складываются, если же меньшая цифра стоит перед большей, то меньшая вычитается из большей.

Например, $VII = V + I + I = 5 + 1 + 1 = 7$; $LX = 50 + 10 = 60$;
 $IV = V - I = 5 - 1 = 4$; $XL = 50 - 10 = 40$; $IX = 10 - 1 = 9$.

В этой записи неудобно выполнение арифметических действий. В настоящее время римские цифры используются для записи веков (XXI в.), годов и месяцев (MCMXCI - год объявления Независимости Узбекистана).

В странах ислама для записи чисел использовали арабские буквы:

ا	ب	ج	د	ه	و	ز	ح	ط	ي
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ك	ل	م	ن	س	ع	ف	ص	ق	
20	30	40	50	60	70	80	90	100	
ر	ش	ت	ث	خ	ذ	ض	ظ	غ	
200	300	400	500	600	700	800	900	1000	

§ 2. Сложение и вычитание натуральных чисел



Сложение многозначных натуральных чисел. Переместительный закон сложения

1. Сложение многозначных натуральных чисел. Вы знаете, что операция нахождения суммы двух или нескольких чисел называется сложением.

$$\begin{array}{rcccl} 13 & + & 25 & = & 38 \\ \swarrow & & \searrow & & | \\ \text{слагаемые} & & & & \text{сумма} \end{array}$$

Запомните!

и 13 + 25, и 38 сумма.

При сложении многозначных чисел удобно подписывать слагаемые друг под другом поразрядно, в «столбик».

Пример 1. Найдите сумму: $536 + 342$.

$$\begin{array}{r} + \quad 536 = 500 + 30 + 6 \\ \quad 342 = 300 + 40 + 2 \\ \hline 800 + 70 + 8 = 878 \end{array}$$

Краткая запись:

$$\begin{array}{r} 536 \\ + 342 \\ \hline 878 \end{array}$$

При сложении «столбиком», обратите внимание на точность попадания слагаемых друг под другом поразрядно!

Пример 2. Найдите сумму: $375 + 243$.

$$\begin{array}{r} + \quad 375 = 300 + 70 + 5 \\ \quad 243 = 200 + 40 + 3 \\ \hline 500 + 110 + 8 = 600 + 10 + 8 = 618 \end{array}$$

Краткая запись:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 375 \\ + 243 \\ \hline 618 \end{array}$$



1. Натуральные числа слагают по единицам разрядов.
2. 10 единиц любого разряда равны одной единице следующего верхнего разряда.

$$\begin{array}{rcl}
 \boxed{127} & + & \boxed{23} = \boxed{150} \\
 \text{I слагаемое} & & \text{II слагаемое} \quad \text{сумма} \\
 \boxed{150} & - & \boxed{127} = \boxed{23} \\
 \text{сумма} & & \text{I слагаемое} \quad \text{II слагаемое} \\
 \boxed{150} & - & \boxed{23} = \boxed{127} \\
 \text{сумма} & & \text{II слагаемое} \quad \text{I слагаемое}
 \end{array}$$

2. Переместительный закон сложения.

Задача. В 5 «А» классе 8 отличников, в 5 «В» - 6 отличников. Сколько всего отличников в двух классах?

Решение. 1-й способ. Рассмотрим ряд натуральных чисел:

«Если ты хочешь прибавить число к числу, поставь оба числа в два ряда, т. е. одно под другим, и пусть будет разряд единиц под разрядом единиц ... прибавишь каждый разряд к разряду того же рода, который над ним, т. е. единицы к единицам, десятки к десяткам и т. д. Если в каком-то разряде соберется 10, ставь вместо них единицу и подними ее в следующий разряд...»

Аль-Хорезми

6 чисел после 8

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, ...

Отметим в этом ряду число 8 и отсчитаем вправо, начиная с 9, 6 чисел. Тогда мы остановимся на 14. Это число — сумма чисел 8 и 6: $8 + 6 = 14$.

Отметим теперь в натуральном ряду число 6 и отсчитаем вправо, начиная с 7, 8 чисел. Мы снова остановимся на 14.

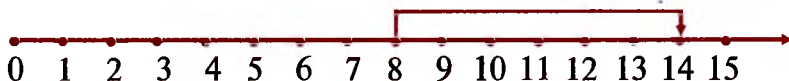
после числа 6 восемь чисел

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, ...

И в этом случае $6 + 8 = 14$. Итак, $8 + 6 = 6 + 8$.

2-й способ. Найдем на числовом луче точку, соответствующую числу 8. Отложим, начиная с этой точки, единичный отрезок вправо 6 раз:

начиная с 8, отложим единичный отрезок 6 раз



Правый конец 6-го единичного отрезка окажется в точке с числом 14. Следовательно, $8 + 6 = 14$.

Найдем теперь на числовом луче точку, соответствующую числу 6, и отложим, начиная с этой точки, вправо 8 единичных отрезков. Снова получится равенство $6 + 8 = 14$. Таким образом, $8 + 6 = 6 + 8 = 14$.

От перемены мест слагаемых сумма не меняется.

Для любых натуральных чисел m и n справедливо равенство:

$$m + n = n + m.$$

Это равенство выражает **переместительный закон** сложения.



При сложении любого числа с нулем получится то же самое число: $n + 0 = 0 + n = n$

Сумма натуральных чисел — натуральное число.



79. 1) Как складывают многозначные числа столбиком?

2) Разъясните на примерах переместительный закон сложения.

3) Сформулируйте свойство нуля при сложении.

4) Как проверить правильность сложения?

80. (Устно.) Найдите сумму следующих чисел:

1) 1 754 и 0;

3) 9 999 и 1;

5) 10 000 и 61 754;

2) 0 и 1 789;

4) 1 и 99 999;

6) 27 876 и 100 000.

81. Найдите сумму и проверьте результат, используя переместительный закон сложения:

1) $47\,375 + 5\,025$;

3) $14\,327 + 5\,843$;

2) $6\,609 + 35\,921$;

4) $5\,768 + 66\,078$

82. Найдите сумму:

1) $672\,361 + 768\,919$;

3) $303\,599 + 817\,401$;

2) $405\,067 + 113\,053$;

4) $600\,758 + 379\,242$.

83. Вычислите:

$$\begin{array}{r} 1) \quad 107\,045 \\ + 869\,112 \\ \hline 543\,603 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad 370\,481 \\ + 448\,357 \\ \hline 263\,756 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad 866\,007 \\ + 543\,214 \\ \hline 366\,799 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad 775\,123 \\ + 987\,345 \\ \hline 886\,732 \end{array}$$

84. Сумма двух чисел оканчивается нулем.

1) Какими цифрами могут оканчиваться слагаемые?

2) Как надо изменить слагаемые, чтобы сумма возросла на 5? Рассмотрите различные способы.

85. Замените звездочки такими цифрами, чтобы равенство осталось верным:

$$\begin{array}{r} 1) \quad 7\,087 \\ + *1*9 \\ \hline 9\,276 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad *3*7 \\ + 8*8* \\ \hline 11\,004 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad * *86 \\ + 7\,3** \\ \hline 9\,435 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad 5*8* \\ + *5*6 \\ \hline 8\,377 \end{array}$$

 86. Сумма двух чисел равна 154. Одно из этих чисел оканчивается нулем. Если удалить эту цифру, получится второе число. Найдите эти числа.

 87. Какой цифрой оканчивается сумма всех натуральных чисел: 1) от 65 до 86; 2) от 101 до 301?

 88. Представьте число 2 456 в виде суммы: 1) двух четырехзначных чисел; 2) трех трехзначных чисел. Можно ли представить это число в виде суммы трех четырехзначных чисел? Ответ обоснуйте.

 89. Найдите сумму наибольшего пятизначного числа и наименьшего шестизначного числа.

90. Увеличьте:

1) 704 на 696;

3) 6 867 на 1 423;

2) 667 на 6 096;

4) 12 835 на 7 165.

91. Вычислите и проверьте результат:

1) $72\,905 + 54\,276$;

3) $81\,228 + 39\,972$;

2) $67\,043 + 32\,957$;

4) $76\,891 + 11\,984$.

92. Вычислите и проверьте результат:

1) $6\,938\,103 + 3\,646\,057$;

3) $99\,740\,877 + 11\,067\,523$;

2) $1\,774\,719 + 7\,853\,281$;

4) $52\,181\,754 + 47\,919\,046$.

93. Население Наманганского вилоята составляет 1 959 200 человек, население Андижанского вилоята на 263 400 человек больше, а население Ферганского вилоята на 750 100 человек больше населения Андижанского вилоята. Сколько человек проживают в Ферганском вилояте?

9

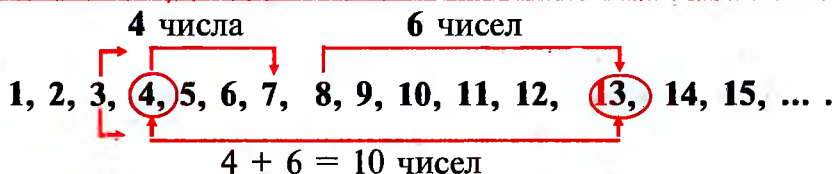


Сочетательный закон сложения

Задача. У Мохиры есть 3 тетради, у Карима 4 и у Динары 6 тетрадей. Сколько всего тетрадей у ребят?

Решение. Рассмотрим ряд натуральных чисел:

$$(3 + 4) + 6 = 13$$



$$3 + (4 + 6) = 13$$

Отметим в этом ряду число $3 + 4 = 7$ и, начиная с 8, отсчитаем вправо 6 чисел. Тогда остановимся на 13. Это число является суммой чисел 3, 4 и 6.

Отметим теперь в ряду натуральных чисел число 3 и, начиная с 4,

отсчитаем вправо $10 = 4 + 6$. Опять получим число 13, т. е. $3 + (4 + 6) = 13$. Следовательно, приходим к равенству:

$$(3 + 4) + 6 = 3 + (4 + 6).$$

Сочетательный закон сложения:

Для того чтобы к сумме двух чисел прибавить третье число, надо к первому числу прибавить сумму второго и третьего чисел.

Это значит, что для любых натуральных чисел m , n и k верно следующее равенство:

$$(m + n) + k = m + (n + k)$$

Это равенство выражает **сочетательный закон сложения**.

Результат сложения нескольких чисел не зависит ни от перемены мест слагаемых, ни от порядка выполнения действий.

Чтобы прибавить число к сумме, нужно:

вычислить сумму, затем к результату прибавить число.

$$(1\ 938 + 1\ 062) + 739 = \\ = 3\ 000 + 739 = 3\ 739$$

любое из слагаемых прибавить к числу, затем результат сложить со вторым слагаемым.

$$(2\ 814 + 6\ 512) + 1\ 186 = \\ = (2\ 814 + 1\ 186) + 6\ 512 = \\ = 4\ 000 + 6\ 512 = 10\ 512$$



Как проще подсчитать сумму?

$$9\ 763 + 9\ 879 + 237 = \\ (9\ 763 + 237) + 9\ 879 = \\ 9\ 763 + (9\ 879 + 237) =$$

Чтобы сложить число с суммой, нужно:

вычислить сумму и результат прибавить к числу.

$$\begin{aligned} 8\ 391 + (346 + 654) &= \\ &= 8\ 391 + 1\ 000 = 9\ 391 \end{aligned}$$

прибавить к числу подходящее слагаемое, затем результат сложить со вторым слагаемым.

$$\begin{aligned} 2\ 359 + (641 + 1\ 876) &= \\ &= (2\ 359 + 641) + 1\ 876 = \\ &= 3\ 000 + 1\ 876 = 4\ 876 \end{aligned}$$

94. Разъясните на примерах: 1) В чем заключается сочетательный закон сложения? 2) Правила сложения суммы с числом и числа с суммой.

95. (Устно) Выполните сложение:

1) $61 + 53 + 39$;

3) $71 + 38 + 29 + 62$;

2) $16 + 28 + 72$;

4) $37 + 24 + 76 + 43$.

96. Вычислите сумму, используя сочетательный закон сложения:

1) $268 + (374 + 432)$;

3) $6\ 617 + (3\ 383 + 1\ 103)$;

2) $(449 + 753) + 551$;

4) $(7\ 898 + 8\ 257) + 1\ 743$.

Вычислите сумму удобным способом (**97–99**):

97. 1) $177 + 48 + 123 + 452$;

3) $4\ 344 + 915 + 3\ 556 + 1\ 085$;

2) $608 + 257 + 43 + 192$;

4) $4\ 510 + 3\ 030 + 1\ 270 + 1\ 490$.

98. 1) $(6\ 486 + 4\ 259) + 1\ 714$;

3) $(5\ 561 + 1\ 439) + 9\ 278$;

2) $5\ 323 + (7\ 158 + 2\ 677)$;

4) $8\ 782 + (3\ 215 + 1\ 785)$.

99. 1) $(467 + 876 + 372) + (628 + 1\ 124 + 533)$;

2) $(617 + 436 + 778) + (1\ 383 + 5\ 564 + 8\ 222)$;

3) $(444 + 555 + 666 + 777) + (445 + 556 + 8\ 223 + 1\ 334)$;

4) $(878 + 233 + 159 + 705) + (2\ 767 + 4\ 295 + 841 + 1\ 122)$.

100. Найдите все натуральные числа, удовлетворяющие неравенство $59 < y < 80$, и найдите их сумму удобным способом.

101. Подберите вместо n несколько (3 – 4) натуральных чисел так, чтобы неравенства были верными:

1) $n + 29 > 59$; 2) $71 + n < 100$.

Укажите из числа этих решений: 1) наименьшее, 2) наибольшее.

- 102.** На хашаре перед праздником «Навруз» молодежь махалли «Янгиобод» решила посадить деревца у каждого дома. Если перед каждым домом посадить по 5 деревьев, останется 90 лишних деревьев. Если же перед каждым домом посадить по 9 деревьев, то 90 деревьев не хватит. Сколько домов на улице? Сколько деревьев посадили у каждого дома?



- 103.** 1) Найдите сумму всех натуральных чисел от 199 до 291.
2) Как нужно изменить слагаемые, чтобы увеличить на 5 сумму двух чисел?
- 104.** Отцу 32 года, одному из сыновей 8 лет, а второму — 6 лет. Через сколько лет возраст отца будет равен сумме возраста сыновей?



«Головоломка: 9-ю цифрами — 100»

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \cdot 9 =$$

$$1 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 - 6 + 7 + 8 \cdot 9 =$$

$$1 + 2 \cdot 3 + 4 + 5 + 67 + 8 + 9 =$$

$$1 \cdot 2 + 34 + 56 + 7 - 8 + 9 =$$

100

Проверь, так ли это. Придумай подобные задачи!

105. Каждое из следующих чисел: 554, 799, 444 увеличьте на 789. Найдите сумму полученных чисел. Можно ли подсчитать эту сумму иначе?

106. Вычислите сумму наиболее простым способом:

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1) $(718 + 639) + 6\ 282$; | 3) $(1\ 083 + 5\ 017) + 6\ 754$; |
| 2) $333 + (476 + 1\ 524)$; | 4) $6\ 915 + (6\ 543 + 7\ 085)$. |

107. Вычислите наиболее простым способом и проверьте столбиком:

- | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $27\ 634 + 56\ 489 + 18\ 366$; | 3) $31\ 686 + 38\ 867 + 6\ 314$; |
| 2) $32\ 769 + 47\ 231 + 4\ 355$; | 4) $50\ 890 + 63\ 521 + 3\ 479$. |

108. Представьте 525 в виде суммы несколько: 1) 2 трехзначных чисел; 2) 4 трехзначных числа.

109. Найдите сумму наименьших шестизначных, наибольших пятизначных и четырехзначных натуральных чисел.

110. Вычислите:

- | | |
|------------------------------------|----------------------------------|
| 1) $29 + 28 + 27 + 31 + 32 + 33$; | 3) $778 + 47 + 22 + 299 + 53$; |
| 2) $41 + 42 + 43 + 27 + 28 + 29$; | 4) $501 + 19 + 245 + 635 + 78$. |

111. Выполните действия:

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| 1) $(128 + 64 \cdot 23) : 4$; | 3) $(156 + 48 \cdot 169) : 26$; |
| 2) $(176 + 56 \cdot 121) : 22$; | 4) $(136 + 24 \cdot 221) : 34$. |



Вычитание многозначных натуральных чисел

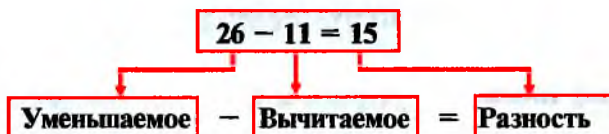
1. Способ вычитания «столбиком» многозначных натуральных чисел.

Напомним, что операция нахождения неизвестного слагаемого по данной сумме и известному слагаемому называется вычитанием.

Вообще, вычитание числа b от числа a — это нахождение такого третьего числа x , при котором $x + b = a$.



Сложение и вычитание — взаимно-обратные действия.



Вычитание многозначных чисел удобно выполнять «столбиком».

Пример. Найдите разность: $6\,534 - 3\,675$.

Решение. Данные числа выразим в виде суммы разрядных слагаемых и вычтем эти слагаемые, записав один под другим:

$$\begin{array}{r}
 6\,534 = 6\,000 + 500 + 30 + 4 = 5\,000 + 1400 + 120 + 14 \\
 - 3\,675 = 3\,000 + 600 + 70 + 5 = 3\,000 + 600 + 70 + 5 \\
 \hline
 2\,000 + 800 + 50 + 9 = 2\,859.
 \end{array}$$

Краткая запись:

$$\begin{array}{r}
 \dots \\
 6\,534 \\
 - 3\,675 \\
 \hline
 2\,859
 \end{array}$$

Точка под числом означает, что одна единица указанного разряда раздробляется на 10 единиц нижнего разряда.

Объяснение. Шаг 1. Вычтешь из 4 единиц 5 единиц нельзя. Поэтому из **разряда десятков** уменьшаемого (3) «занимаем» 1 (помня, что в разряде десятков осталась 2) и раздробляем ее: 1 десяток = 10 единиц. Чтобы не забыть о «долге», над числом, у которого заняли, ставим сверху точку, и так же будем поступать и дальше. К этим 10 единицам прибавляем 4 единицы из разряда единиц уменьшаемого, получаем 14 единиц.

14 единиц - 5 единиц = 9 единиц, и в разряд единиц разности пишем 9.

Шаг 2. Из оставшейся в разряде десятков 2 нельзя вычтешь 7. Поэтому из **разряда сотен** уменьшаемого (5) «занимаем» 1 (помня, что в разряде сотен осталось 4 сотни), раздробляем ее, получаем 12 десятков.

«Если ты хочешь отнять число от числа, поставь оба числа одно под другим ...каждый разряд вычитай из того же разряда над ним. Если же в верхнем разряде не будет такого числа, из которого ты сможешь вычтешь число нижнего разряда, ты возьмешь из следующего верхнего разряда единицу и сделаешь из нее десять и из этого вычтешь то, что должен ...»

Аль-Хорезми

12 десятков - 7 десятков = 5 десятков, и в разряд десятков разности пишем 5.

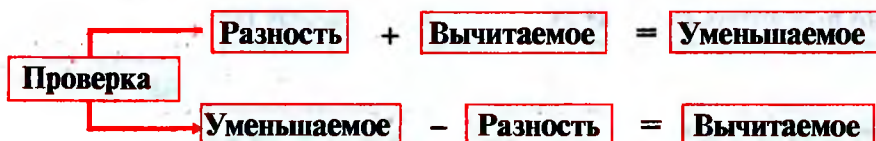
Шаг 3. Из оставшейся в разряде сотни 4 нельзя вычесть 6. Поэтому из **разряда тысяч** уменьшаемого (6) «занимаем» 1 (помня, что в разряде тысяч осталось 5 тысяч) и раздробляем ее, получаем 14 сотен.

14 сотен - 6 сотен = 8 сотен, и в разряд сотен разности пишем цифру 8.

Шаг 4. 5 тысяч - 3 тысяч = 2 тысячи, и в разряд тысяч разности пишем 2 — последнюю цифру искомой разности.

Итак, вычитание закончено и разность равна 2 859..

Правильность выполнения вычитания можно проверить двумя способами:



Для произвольного натурального числа n верны следующие равенства:

$$n - 0 = n, \text{ так как } n = 0 + n \quad n - n = 0, \text{ так как } n = 0 + n$$

2. Правило действия вычитания

1. Чтобы сложить разность и число

1-е правило

Можно выполнить вычитание и к результату прибавить число.

$$(325 - 125) + 139 = \\ = 200 + 139 = 339$$

2-е правило

Можно прибавить число к уменьшаемому и из результата вычесть вычитаемое.

$$(264 - 89) + 136 = \\ = (264 + 136) - 89 = \\ = 400 - 89 = 311$$

3-е правило

Можно вычесть (если удастся) из числа вычитаемое и к результату прибавить уменьшаемое.

$$(835 - 347) + 547 = \\ = 835 + (547 - 347) = \\ = 835 + 200 = 1\,035$$

2. Чтобы вычесть из числа сумму

1-е правило
Можно подсчитать сумму и вычесть этот результат из числа.

$$9\ 897 - (1\ 758 + 2\ 242) = \\ = 9\ 897 - 4\ 000 = 5\ 897$$

2-е правило
Вычесть из числа подходящее слагаемое и из результата вычесть другое слагаемое.

$$8\ 345 - (2\ 345 + 1\ 750) = (8\ 345 - 2\ 345) - \\ - 1\ 750 = 6\ 000 - 1\ 750 = 4\ 250$$

3. Чтобы вычесть число из суммы

1-е правило
Можно подсчитать сумму и из результата вычесть число.

$$(338 + 162) - 144 = \\ = 500 - 144 = 356$$

2-е правило
Можно вычесть число из одного из слагаемых (если удастся) и к результату прибавить другое слагаемое.

$$(865 + 639) - 539 = 865 + (639 - 539) = \\ = 865 + 100 = 965$$

! Если вычитаемое равно нулю, то разность будет равна уменьшаемому.
Разность двух одинаковых (равных) чисел равна нулю.

? 112. 1) Что вы понимаете под вычитанием?
2) Как найти разность многозначных чисел?
3) Как проверить вычитание сложением? Вычитанием? Поясните на примерах.
4) Какие правила вычитания вы знаете?

113. (Устно) Найдите разность:

1) $375 - 75$;

2) $600 - 460$; 3) $410 - 207$.

114. Выполните вычитание:

1) $775 - 592$;

3) $477 - 288$;

5) $503 - 154$;

2) $637 - 392$;

4) $764 - 176$;

6) $900 - 268$.

115. Не вычисляя, объясните, почему неверен результат:

1) $534 - 203 = 271$;

3) $8\ 007 - 6\ 005 = 2\ 012$;

2) $706 - 343 = 369$;

4) $3\ 907 - 1\ 707 = 2\ 204$.

116. Найдите разность:

1) $45\ 673 - 26\ 859$;

5) $80\ 054\ 372 - 47\ 048\ 172$;

2) $50\ 083 - 31\ 091$;

6) $65\ 000\ 999 - 37\ 404\ 000$;

3) $68\ 645 - 32\ 736$;

7) $22\ 009\ 093 - 18\ 091\ 083$;

4) $99\ 533 - 47\ 917$;

8) $64\ 008\ 888 - 44\ 444\ 777$.

117. Замените звездочки такими цифрами, чтобы результат оказался правильным:

1)
$$\begin{array}{r} _ 4 \ *67 \\ 2\ 89* \\ \hline 1\ 172 \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} _ *3 \ *7* \\ _ *6*5 \\ \hline 4\ 075 \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{r} _ **\ 80* \\ 47\ 8*9 \\ \hline 29\ *39 \end{array}$$

4)
$$\begin{array}{r} _ *00\ 000 \\ _ *3 \ *6* \\ \hline 5* \ 0*7. \end{array}$$

118. Уменьшить:

1) 546 на 231;

3) 761 на 450;

5) 6 482 на 1 208;

2) 867 на 378;

4) 777 на 559;

6) 5 819 на 4 609.

119. Найдите разность и проверьте результат двумя способами:

1) $636\ 587 - 32\ 108$;

3) $700\ 543\ 937 - 456\ 333\ 789$;

2) $748\ 308 - 65\ 474$;

4) $450\ 495\ 390 - 255\ 295\ 390$.

120. Вычислите, пользуясь правилами сложения разности и числа:

1) $(48\ 748 - 8\ 748) + 7\ 512$;

4) $(39\ 041 - 19\ 041) + 12\ 358$;

2) $(12\ 456 - 6\ 543) + 8\ 544$;

5) $(80\ 853 - 27\ 608) + 13\ 147$;

3) $(40\ 739 - 5\ 883) + 7\ 883$;

6) $(98\ 654 - 5\ 789) + 76\ 789$.

121. Вычислите, пользуясь правилами вычитания суммы из числа:

1) $83\ 961 - (16\ 340 + 17\ 621)$;

3) $61\ 832 - (52\ 612 + 9\ 220)$;

2) $384\ 162 - (23\ 708 + 13\ 162)$;

4) $461\ 238 - (3\ 278 + 6\ 722)$.

122. Вычислите, пользуясь правилами вычитания числа:

1) $(11\ 289 + 22\ 711) - 11\ 260$;

3) $(6\ 348 + 3\ 762) - 7\ 610$;

2) $(7\ 309 + 122\ 848) - 6\ 309$;

4) $(5\ 432 + 6\ 907) - 5\ 907$.



Головоломка: 9-ю цифрами – 100

$$12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 =$$

$$12 - 3 - 4 + 5 - 6 + 7 + 89 =$$

$$123 + 4 - 5 + 67 - 89 =$$

$$123 + 45 - 67 + 8 - 9 =$$

100

Проверь, так ли это. Придумай подобные задачи!

123. Вычислите:

$$1) \begin{array}{r} 876\,451 \\ - 463\,706 \\ \hline \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 879\,048 \\ - 543\,215 \\ \hline \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} 606\,707 \\ - 328\,879 \\ \hline \end{array}$$

124. Первое из данных 8 чисел равно 120. Каждое следующее меньше предыдущего на 15. Найдите сумму этих 8 чисел.

125. (Устно) Вычислите:

$$1) 10 - 9 + 8 - 7 + 6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1;$$

$$2) 100 - 98 + 96 - 94 + \dots + 8 - 6 + 4 - 2.$$

126. Определите закон строения ряда и восстановите пропущенные числа:

1, 8, 16, 25, ?, ?, ?, ?, ?.

127. Замените x теми из чисел 54; 69; 12; 170; 163; 162, для которых неравенство будет верным:

$$1) x - 12 < 150;$$

$$2) x - 85 < 177;$$

$$3) 180 - x < 146 ?$$

Можно ли найти все эти числа? Укажите наименьшее и наибольшее из них.

128. Найдите на примерах, как изменится разность, если:

1) увеличить уменьшаемое на 261, а вычитаемое – на 61;

2) увеличить уменьшаемое и уменьшить вычитаемое на 260?

129. Сумма трех чисел равна 76 980. Первое число равно 32 576 и больше второго на 12 654. Найдите третье число

130. Муяссар прочитала 36 страниц книги по истории. Её брат Шухрат тоже начал ее читать. Они читали книгу по оче-

ди. Шухрат прочитывает в день 21 страницу, а Муяссар — 13. Догонит ли Шухрат сестру за 5 дней?

131. Турист прошел за три дня 57 км. За первые два дня он прошел 39 км, а за второй и третий день — 36 км. Сколько километров пути проходил турист каждый день?

132. Точки A , B и C расположены на прямой в том же порядке. Точка A находится на расстоянии 15 см 6 мм от точки C , а точка B на расстоянии 9 см 8 мм. Найдите расстояние между точками A и B .

133. Найдите разность и проверьте результат сложением:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1) $84\ 401 - 61\ 534$; | 3) $58\ 352 - 47\ 456$; |
| 2) $47\ 553 - 35\ 329$; | 4) $58\ 406 - 56\ 543$. |

Вычислите наиболее простым способом (**134–136**):

- | | |
|--------------------------------------|-----------------------------------|
| 134. 1) $754 - (323 + 231)$; | 3) $8\ 765 - (4\ 321 + 3\ 444)$; |
| 2) $804 - (204 + 365)$; | 4) $7\ 259 - (4\ 321 + 1\ 259)$. |

- | | |
|--------------------------------------|-----------------------------------|
| 135. 1) $(806 - 302) + 596$; | 3) $(4\ 800 - 3\ 764) + 5\ 764$; |
| 2) $(974 - 426) - 274$; | 4) $(9\ 999 - 2\ 999) + 7\ 075$. |

- | | |
|--------------------------------------|-----------------------------------|
| 136. 1) $(748 + 503) - 751$; | 3) $(6\ 435 + 1\ 565) - 1\ 876$; |
| 2) $(694 + 401) - 294$; | 4) $(2\ 750 + 6\ 023) - 1\ 023$. |

137. В автобусе было несколько пассажиров. На первой остановке вышли 12 пассажиров, а вошли 8, после чего пассажиров в автобусе стало 30. Сколько пассажиров было в автобусе первоначально?



1 звонок,



2 звонка,



3 звонка, ...,



12 звонков.

Сколько времени, столько и звонков. В одних сутках сколько звонков?



Упражнения на сложение и вычитание натуральных чисел

Обратите внимание на порядок выполнения действий!

③

①

②

②

①

③

$$846\ 136 - ((9\ 589 + 8\ 614) - 10\ 546) = 846\ 136 - (9\ 589 + 8\ 614) + 10\ 546.$$

138. (Устно). Выполните действия:

- 1) $100 - 71 + 29$; 3) $59 + 47 - 27$; 5) $56 - 36 + 86 - 106$;
2) $130 - 60 + 40$; 4) $38 + 150 - 38$; 6) $152 + 39 - 52 - 39$.

139. Выполните действия и результат проверьте обратным действием:

- 1) $380\ 796 + 910\ 854$; 3) $347\ 198 + 245\ 892$;
2) $394\ 079 - 367\ 008$; 4) $761\ 689 - 458\ 314$.

140. Чем схожи следующие выражения:

- 1) $(3\ 575 + 299) - 99$; 4) $(4\ 087 + 2\ 041) - 980$;
2) $(2\ 063 + 1\ 480) - 1\ 520$; 5) $(3\ 052 + 8\ 513) - 9\ 134$;
3) $(4\ 075 + 50) - 75$; 6) $(7\ 680 + 300) - 400$?

Какие из этих выражений вы сможете решить: 1) одним способом; 2) двумя способами; 3) тремя способами?

141. Выполните действия:

- 1) $(8\ 297 + 11\ 703) - 1\ 856$; 3) $(9\ 873 + 8\ 379) - 15\ 752$;
2) $97\ 654 - (1\ 321 + 6\ 333)$; 4) $98\ 316 - (7\ 560 + 2\ 831)$.

142. Вычислите:

- 1) $854\ 807 - 634\ 643 + 8\ 106$; 3) $49\ 503 + 70\ 389 - 85\ 107$;
2) $400\ 506 + 31\ 534 - 13\ 534$; 4) $63\ 272 - 58\ 972 + 16\ 521$.

143. Вычислите наиболее простым способом:

- 1) $(1\ 845 + 3\ 539) - 2\ 239$; 3) $(4\ 234 + 8\ 712) - 3\ 034$;
2) $(7\ 897 + 2\ 459) - 2\ 197$; 4) $(9\ 506 + 4\ 675) - 2\ 075$.

144. Выполните действия:

- 1) $(543\,201 - 53\,987) - 25\,786$; 4) $(98\,147 - 27\,608) - 19\,461$;
2) $(110\,101 - 15\,347) + 95\,347$; 5) $75\,409 - (41\,384 + 24\,025)$.

145. Площадь Кашкадарьинского вилоята 28 600 кв. км, а Сурхандарьинского вилоята на 8 500 кв. км меньше. Сколько квадратных километров составляет площадь Сурхандарьинского вилоята?

146. В поезде, ушедшем со станции метро «Беруни», находилось 296 пассажиров. На станции «Тинчлик» из вагонов вышли 82 и вошли 129 человек. На станции «Чорсу» из вагонов вышли 150 и вошли 98 человек. Сколько человек оказалось после этого в поезде?

147. Первая фирма продала продукции на 3540750 сумов, вторая — на 259380 сумов меньше, чем первая, третья фирма — на 639470 сумов больше, чем первая. На какую сумму продали продукцию все три фирмы?

148. Длина поля прямоугольной формы 960 м, ширина на 160 м меньше длины. Найдите периметр поля.

149. Периметр бассейна прямоугольной формы 80 м. Его длина больше ширины на 10 м. Найдите длину и ширину бассейна.

150. На одну чашу весов положили гирию массой 5 кг, а на вторую чашу положили яблоки. После того как на чашу с яблоками положили еще и гирию массой 2 кг, весы пришли в равновесие. Сколько килограммов яблок купила мама?



(Старинная задача)

У куста роз в саду слышны соловьиные трели. Если соловьи усядутся по двое на ветку, то одна ветка останется свободной. Если же соловьи сядут по одному на каждую ветку, то одному соловью ветки не хватит. Сколько соловьев в стайке и сколько веток у розового куста?

151. Сумма трех чисел 13 000. Найдите 3-е число, если 1-е — наибольшее трехзначное число, 2-е — разность между наибольшим четырехзначным и наибольшим двузначным числами.
152. 1) Протяженность Сырдарьи 2 212 км, Амударьи — 1 415 км. На сколько км Сырдарья длиннее Амударьи? 2) Протяженность реки Зарафшан 877 км. Длина реки Нарын 578 км. На сколько км длина реки Нарын меньше длины реки Зарафшан?
153. Найдите числовое значение выражения $4x - 900$, если 1) x равен 360; 2) 740; 3) 1 000; 4) 1 200. При каком x это значение наибольшее (наименьшее)?
154. У Динары и Хадичи было по 23 тетради. Хадича дала Динаре 4 тетради? Теперь у Динары тетрадей стало больше, чем у Хадичи. На сколько больше?
155. При сложении двух четырехзначных чисел получилось четырехзначное число. Первое слагаемое начинается цифрой 8. Какой цифрой начинаются второе слагаемое и сумма? Объясните ответ.
156. Разность двух чисел равна 120. Если вычитаемое увеличить на 300, а уменьшаемое — в 3 раза, то разность не изменится. Найдите уменьшаемое и вычитаемое.
157. Пусть a, b — цифры, a не равна нулю ab — двузначное число. Проверьте на примерах, верно ли следующее равенство $ab \cdot 21 \cdot 481 = ababab$.
158. Сколько прямоугольников изображено на рисунке 9? Сколько среди них квадратов?
159. Найдите значение выражения $125\,480 - 15x$ при x равном: 1) 0; 2) 1; 3) 1 000; 4) 2 500; 5) 6 050. При каком x это выражение будет иметь наименьшее (наибольшее) значение?
160. У Камолы и Хилолы вместе 38 тетрадей, у Хилолы и Шахины — 42, у Камолы и Шахины — 44. Сколько тетрадей у каждой из девочек?

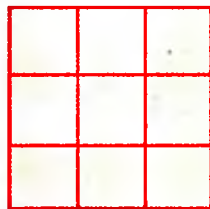


Рис. 10.

6. Укажите наименьшее из натуральных решений неравенства $n + 43 > 60$?
- A) 7; B) 17; C) 16; D) 18.
7. Какой пример решен правильно?
- A) $634 - 303 = 271$; C) $219 - 183 = 136$;
B) $406 - 243 = 163$; D) $532 - 392 = 240$.
8. Как изменится разность, если уменьшаемое увеличить на 36, а **вычитаемое** на 16?
- A) увеличится на 52; C) уменьшится на 20;
B) увеличится на 20; D) уменьшится на 52.
9. Как изменится сумма, если одно из слагаемых увеличить на 25, а второе уменьшить на 15?
- A) увеличится на 10; C) уменьшится на 10;
B) увеличится на 40; D) уменьшится на 40.



Исторические сведения

Об арифметическом трактате аль-Хорезми

Способ записи натуральных чисел в десятичной позиционной системе счисления и четыре арифметических действия над ними впервые в истории науки подробно описаны в трактате нашего соотечественника аль-Хорезми. Сохранилась только рукопись, являющаяся одним из первых переложений трактата аль-Хорезми. Два первых абзаца этой рукописи, которая хранится в библиотеке Кембриджского университета, начинаются словами: «Dixit Algorizmi» (Алгоризми сказал). Кембриджская рукопись не имеет названия и озаглавлена словами из первого абзаца рукописи: «Algorizmi de numero indorum» («Аль-Хорезми об индийском счете»).

Имя аль-Хорезми передается латинскими буквами как «Algorizmi». Позже от этого слова произошел термин **алгоритм**, т.е. специальный метод для решения определенного рода задач.

С уверенностью можно сказать, что уже в середине XII века, благодаря переводу трактата аль-Хорезми на латинский, принципы и приемы действий десятичной позиционной арифметики получили широкую известность в Западной Европе. По этим переводам изучали арифметику студенты европейских университетов.

§ 3. Умножение и деление натуральных чисел

12



Умножение натуральных чисел. Переместительный закон умножения

1. Умножение натуральных чисел.

Умножить число a на число n — значит найти сумму n слагаемых, каждое из которых равно a .

$$\underbrace{a + a + a + \dots + a}_{n \text{ слагаемых}} = a \cdot n \quad \left| \quad \underbrace{7 + 7 + 7 + 7}_{4 \text{ слагаемых}} = 7 \cdot 4 = 28 \quad \left| \quad \begin{array}{ccc} 7 & \cdot & 4 = 28 \\ \text{множители} & & \text{произведение} \end{array}$$

и $7 \cdot 4$, и 28 — произведение.

Многочисленные числа удобно перемножать в столбик.

Пример 1. Вычислите произведение $428 \cdot 6$.

Решение.

Сравни цифры сомножителей с цифрами произведения. Заметил закономерность?

$$99 \cdot 13 = 1\,287$$

$$99 \cdot 21 = 2\,079$$

$$99 \cdot 33 = 3\,267$$

$$99 \cdot 49 = 4\,851$$

... ..

$$99 \cdot 102 = 10\,098$$

$$99 \cdot 103 = 10\,197$$

$$99 \cdot 104 = 10\,296$$

... ..

Продолжай!

$$\begin{array}{r} \times 428 \\ 6 \\ \hline 48 \\ + 120 \\ \hline 2\,400 \\ 2\,568 \end{array}$$

Второе число умножили:
 48 — на единицы
 120 — на десятки
 2 400 — на сотни
 } первого числа,
 затем сложили результаты.

Коротко это записывают так:

$$\begin{array}{r} \times 428 \\ 6 \\ \hline 2\,568 \end{array}$$

Объяснение: 6-ю 8 = 48, 8 записываем в разряд единиц, 4 в уме; 6-ю 2 = 12, прибавляем 4, получаем 16, 6, записываем в разряд десятков, 1 в уме; 6-ю 4 = 24, прибавляем 1, получаем 25. Ответ: 2 568.

Пример 2. Вычислите произведение $526 \cdot 304$.

Решение.

$$\begin{array}{r}
 \times 526 \\
 2104 \\
 + 0000 \\
 157800 \\
 \hline
 159904
 \end{array}$$

Второе число умножили:

- на единицы
- на десятки
- сотни

первого числа и результаты сложили

Коротко:

$$\begin{array}{r}
 \times 526 \\
 304 \\
 \hline
 157800 \\
 159904
 \end{array}$$

2. Переместительный закон умножения.

Пример. Найдите произведение натуральных чисел 4 и 5.

Решение. Умножить 4 на 5 — это значит повторить число 4 слагаемым 5 раз или число 5 — слагаемым 4 раза:



$$\begin{aligned}
 4 \cdot 5 &= \\
 &= 5 \cdot 4 = 20
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 4 + 4 + 4 + 4 + 4 &= \\
 &= 4 \cdot 5 = 20
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 5 + 5 + 5 + 5 + 5 &= \\
 &= 5 \cdot 4 = 20
 \end{aligned}$$

Произведение не меняется от переместности мест множителей.

$$m \cdot n = n \cdot m.$$

Это равенство выражает **переместительный закон умножения**.

Запомните и не забывайте!

При умножении произвольного числа на 1 в произведении, получается то же самое число:

$$n \cdot 1 = n \text{ или } 1 \cdot n = n$$

При умножении произвольного числа на 0 в произведении, получается 0:

$$\begin{array}{l|l}
 5 \cdot 0 = 0 & n \cdot 0 = 0 \\
 0 \cdot 0 = 0 & 0 \cdot n = 0
 \end{array}$$

- 166.** 1) Что вы понимаете под умножением? Что значит найти произведение чисел a и 5 ?
2) Сформулируйте переместительный закон умножения и приведите примеры.
3) Чему равно произведение любого числа на нуль?

167. Запишите в виде произведения и вычислите:

- 1) $53+53+53$; 3) $32+32+32+32+32$;
2) $65+65+65+65$; 4) $28+28+28+28+28$.

168. Найдите опущенные множители:

- 1) $36=4 \cdot \dots$; 2) $40=\dots \cdot 8$; 3) $54=9 \cdot \dots$; 4) $56=\dots \cdot 8$.

Вычислите произведение (169–171):

- 169.** 1) $426 \cdot 43$; 3) $209 \cdot 35$; 5) $211 \cdot 19$; 7) $908 \cdot 105$;
2) $27 \cdot 388$; 4) $55 \cdot 303$; 6) $34 \cdot 205$; 8) $207 \cdot 504$.

- 170.** 1) $3\,410 \cdot 67$; 3) $910 \cdot 120$; 5) $120 \cdot 91$; 7) $540 \cdot 104$;
2) $650 \cdot 148$; 4) $780 \cdot 403$; 6) $73 \cdot 220$; 8) $109 \cdot 830$.

- 171.** 1) $1\,407 \cdot 602$; 3) $2\,002 \cdot 310$; 5) $6\,010 \cdot 2\,007$;
2) $3\,005 \cdot 103$; 4) $5\,400 \cdot 201$; 6) $7\,050 \cdot 3\,020$.

172. Вычислите произведения. Обратите внимание на цифры множителей и результата и их позиции:

- 1) $2 \cdot 41$, $14 \cdot 2$; 2) $21 \cdot 32$, $23 \cdot 12$; 3) $221 \cdot 312$, $213 \cdot 122$.

173. Первое число равно 564 и больше второго числа в 3 раза, но меньше третьего числа в 5 раз. Найдите сумму этих трех чисел.

174. 1 кг риса стоит 900 сумов. Торговец продал 215 мешков по 60 кг риса в каждом. Сколько денег он заработал?

175. Велосипедист выехал из Гулистана в Ташкент со скоростью 16 км/ч. Через 2 часа из Ташкента в Гулистан отправился автомобиль “Дамас” со скоростью 70 км/ч. Через 1 час они встретились. Найдите расстояние между этими городами.

176. Зарифа купила 4 кг яблок, 3 кг груш, 5 кг винограда. 1 кг яблок стоил 245 сумов, 1 кг груш 480 сумов, 1 кг винограда 350 сумов. Хватит ли на всю покупку 6000 сумов? Сколько денег останется?

177. Выполните действия:

- 1) $105 \cdot 32 + 225 \cdot 24$; 3) $1\,234 \cdot 23 + 5\,678 \cdot 67$;
2) $460 \cdot 76 - 56 \cdot 303$; 4) $4\,008 \cdot 43 - 2\,405 \cdot 39$.

178. Запишите все трехзначные числа, составленные из цифр 1) 5 и 1; 2) 6 и 0. Найдите произведение наибольшего и наименьшего из них.

 **179.** В каких случаях два числа и их произведение оканчиваются одними и теми же цифрами?

 **180.** Произведение двух натуральных чисел равно: 1) 10; 2) 20; 3) 24; 4) 36. Какими числами могут быть множители?

 **181.** Что можно сказать о числах a и b , если $a \cdot b = 0$? Разъясните на примерах.

- 182.** 1) Запишите сумму $a + a + a + a$ в виде произведения;
2) Запишите произведение $3b$ в виде суммы.

183. Какими могут быть сомножители, если произведение двух натуральных чисел равно?

- 1) 14; 2) 5; 3) 11; 4) 12; 5) 28; 6) 75

184. Сыну s лет, отец старше сына в 3 раза. Сколько лет отцу?

185. Вычислите сумму наиболее простым способом:

- 1) $52 + 52 + 40 + 40 + 52 + 40 + 52$; 3) $18 + 18 + 32 + 32$;
2) $53 + 53 + 53 + 25 + 25 + 53 + 53$; 4) $91 + 91 + 91 + 27$.

186. Запишите произведение в виде суммы:

- 1) $15 \cdot 4$; 2) $9 \cdot 6$; 3) $1 \cdot 7$; 4) $0 \cdot 5$; 5) $a \cdot 4$.

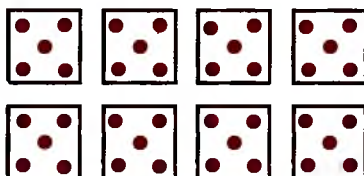
187. Вычислите:

- 1) $692 \cdot 105$; 3) $198 \cdot 707$; 5) $1\,034 \cdot 404$;
2) $833 \cdot 541$; 4) $549 \cdot 112$; 6) $9\,876 \cdot 543$.

13



Сочетательный закон умножения



$$5 \cdot (4 \cdot 2) = 40$$

$$(5 \cdot 4) \cdot 2 = 40$$

$$(5 \cdot 2) \cdot 4 = 40$$

Задача. В 9-этажном доме 12 подъездов. На каждом этаже живет по 3 семьи. Сколько всего семей живет в этом доме?

Решение. 1-й способ. 1) Сколько семей живет в одном подъезде?

$$9 \cdot 3 = 27 \text{ (семей).}$$

2) Сколько всего семей живет в этом доме?

$$27 \cdot 12 = 324 \text{ (семьи).}$$

2-й способ. 1) Сколько семей живет на первом этаже?

$$3 \cdot 12 = 36 \text{ (семей).}$$

2) Сколько семей живет в этом доме?

$$9 \cdot 36 = 324 \text{ (семьи).}$$

Ответ: 324 (семьи).

При решении задачи 1-м способом мы составили выражение $(9 \cdot 3) \cdot 12$, при решении 2-м способом — $9 \cdot (3 \cdot 12)$. Но

$$(9 \cdot 3) \cdot 12 = 9 \cdot (3 \cdot 12).$$

Для умножения произведения двух чисел третьему числу достаточно умножить первое число на произведение второго и третьего числа.



Сравни результаты и сделай вывод:

$$143 \cdot 7 = 1\,001$$

$$143 \cdot 14 = \\ = 143 \cdot 7 \cdot 2 = \dots$$

$$143 \cdot 21 = \dots$$

Продолжай!

Для любых натуральных чисел m , n и k верно следующее равенство:

$$(m \cdot n) \cdot k = m \cdot (n \cdot k).$$

Это равенство выражает сочетательный закон умножения.

- !** Несколько чисел можно умножить простым способом с помощью переместительного и сочетательного законов умножения. Произведение трех или более чисел можно записать без скобок. Для упрощения вычислений, полезно запомнить следующее:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 5 &= 5 \cdot 2 = 10; \\ 4 \cdot 25 &= 25 \cdot 4 = 100; \\ 8 \cdot 125 &= 125 \cdot 8 = 1\,000. \end{aligned}$$

- ?** 188. 1) О чем говорится в сочетательном законе умножения?
2) В равенстве $(15 \cdot 30) \cdot 20 = 15 \cdot (30 \cdot 20)$ можно заменить произведение $(15 \cdot 30) \cdot 20$ на $30 \cdot (15 \cdot 20)$ Почему?

189. Абдулхай едет на работу и возвращается домой двумя автобусами. Билет стоит 200 сумов. Сколько денег истратит Абдулхай на проезд за 25 дней?

190. Заполните таблицу:

a	4	5	77	25	125	27	6	8	33	40
b	5	123	15	8	71	50	5	13	4	74
c	37	2	4	117	8	6	17	5	25	5
$a \cdot b \cdot c$										

191. Одна буханка хлеба стоит 170 сумов. Семье Мухаббат на 1 день нужны 2 буханки хлеба. Сколько денег потратит эта семья на покупку хлеба за 30 дней?
192. Во время летних каникул 12 учеников помогали собирать фрукты в течение 10 дней. Каждый ученик за 1 день собирал 150 кг. За 1 кг собранных фруктов платили по 20 сумов. Сколько сумов получали все 12 учеников за 1 день? Сколько они заработали за 10 дней?

193. Найдите произведение согласно образцу:

1) $75 \cdot 45$; 2) $12 \cdot 375$; 3) $175 \cdot 28$; 4) $32 \cdot 125$.

Образец: $75 \cdot 36 = 25 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 9 = (3 \cdot 9) \cdot (25 \cdot 4) = 27 \cdot 100 = 2\,700$.

194. Принимая во внимание, что $3 \cdot 11 \cdot 13 = 429$ и $17 \cdot 7 = 119$, найдите произведения:

1) $17 \cdot 35$; 2) $39 \cdot 55$; 3) $21 \cdot 55 \cdot 13$; 4) $34 \cdot 35$.

Образец: $9 \cdot 143 = 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13 = 3 \cdot 429 = 1\,287$.

195. Сколькими нулями заканчивается умножение: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 15$?

196. Торговец доставил на базар 10 мешков картофеля для продажи. В каждом мешке 60 кг по цене 450 сумов за килограмм. Сколько заработал торговец?

197. На ферме 28 коров. От каждой коровы надоивают за день 12 л молока. Сколько литров молока получают за 10 дней?

198. Вычислите наиболее простым способом:

1) $50 \cdot 20 \cdot 675$; 3) $75 \cdot 37 \cdot 4$; 5) $123 \cdot 250 \cdot 40$.

2) $124 \cdot 1\,250 \cdot 8$; 4) $125 \cdot 80 \cdot 77$; 6) $24 \cdot 76 \cdot 75$.

199. Выполните действия:

1) $46 \cdot 96 + 96 \cdot 54$;

3) $321 \cdot 91 + 91 \cdot 79$;

2) $128 \cdot 78 - 78 \cdot 58$;

4) $415 \cdot 93 - 43 \cdot 415$.

14



Распределительный закон умножения



— сколько белых квадратиков;

— сколько цветных;

— сколько всего квадратиков?

В чём смысл выражений $(5 + 4) \cdot 4$ и $5 \cdot 4 + 4 \cdot 4$?

Задача. В классе 35 учеников. Каждому учащемуся учитель раздал по 8 тетрадей в линейку, по 6 тетрадей в клетку. Сколько всего тетрадей раздал учитель?

Решение.

1-й способ. 1) Сколько тетрадей получил каждый ученик?

$$8 + 6 = 14 \text{ (тетрадей).}$$

2) Сколько всего тетрадей получили ученики?

$$35 \cdot 14 = 490 \text{ (тетрадей).}$$

Ответ: 490 тетрадей.

2-й способ. 1) Сколько тетрадей в линейку получили ученики?

$$35 \cdot 8 = 280 \text{ (тетрадей).}$$

2) Сколько тетрадей в клетку получили ученики?

$$35 \cdot 6 = 210 \text{ (тетрадей).}$$

3) Сколько всего тетрадей было роздано?

$$280 + 210 = 490 \text{ (тетрадей).}$$

Ответ: 490 тетрадей.

При решении задачи 1-м способом было составлено выражение $35 \cdot (8 + 6)$, 2-м – выражение $35 \cdot 8 + 35 \cdot 6$. Оба эти выражения равны между собой:

$$35 \cdot (8 + 6) = 35 \cdot 8 + 35 \cdot 6 = 490.$$

Для любых натуральных чисел m , n и k верно равенство:

$$m \cdot (n + k) = m \cdot n + m \cdot k.$$

Эти равенства выражают **распределительный закон умножения**.

Для умножения числа на сумму чисел можно это число умножить на каждое слагаемое и полученные произведения сложить.

Число n больше или равно числу k , т.е. если $n \geq k$, то верно равенство $m \cdot (n - k) = m \cdot n - m \cdot k$.

Например, можно записать так $12 \cdot (18 - 11) = 12 \cdot 18 - 12 \cdot 11$.

Говорят, что в правой части равенств $35 \cdot (8 + 6) = 35 \cdot 8 + 35 \cdot 6$;

и $12 \cdot (18 - 11) = 12 \cdot 18 - 12 \cdot 11$ раскрыты скобки: числа 35 и 12 умножены на каждое число в скобках.

Переход от выражений $m \cdot (n + k)$ и $m \cdot (n - k)$ к сумме $m \cdot n + m \cdot k$ и разности $m \cdot n - m \cdot k$ называется раскрытием скобок.

Обратно, переход от суммы $m \cdot n + m \cdot k$ к произведению $m \cdot (n + k)$ и от разности $m \cdot n - m \cdot k$ к произведению $m \cdot (n - k)$ называется вынесением общего множителя за скобки.

- Примеры.** 1) $345 \cdot 69 - 345 \cdot 67 = 345 \cdot (69 - 67) = 345 \cdot 2 = 690$;
2) $859 \cdot 38 + 859 \cdot 62 = 859 \cdot (38 + 62) = 859 \cdot 100 = 85\,900$;
3) $238 \cdot 41 + 238 \cdot 38 + 238 \cdot 21 = 238 \cdot (41 + 38 + 21) = 238 \cdot 100 = 23\,800$;
4) $4 \cdot (25 + 101) = 4 \cdot 25 + 4 \cdot 101 = 100 + 404 = 504$;
5) $8 \cdot (203 - 78) = 8 \cdot 203 - 8 \cdot 78 = 1\,624 - 624 = 1\,000$.

! Распределительный закон верен и для случая, когда число слагаемых больше двух.

200. 1) Сформулируйте распределительный закон и объясните на примерах.
? Что значит: 2) раскрыть скобки; 3) вынести общий множитель за скобки? Приведите примеры.

201. Выполните действия:

- 1) $(20 + 2) \cdot 45$; 3) $40 \cdot (100 - 15)$; 5) $25 \cdot (1\,000 + 7)$;
2) $65 \cdot (100 + 8)$; 4) $(100 - 8) \cdot 35$; 6) $(18 + 100) \cdot 5$.

202. Вычислите, вынося за скобки общий множитель:

- 1) $69 \cdot 54 + 31 \cdot 54$; 3) $32 \cdot 125 + 8 \cdot 125$;
2) $11 \cdot 76 + 11 \cdot 24$; 4) $25 \cdot 78 - 28 \cdot 25$.

203. Вычислите наиболее простым способом:

- 1) $30 \cdot 34 + 25 \cdot 34 + 34 \cdot 45$; 3) $125 \cdot 31 + 125 \cdot 61 + 125 \cdot 8$;
2) $95 \cdot 67 - 67 \cdot 54 - 31 \cdot 67$; 4) $85 \cdot 346 - 85 \cdot 77 - 69 \cdot 85$.

204. Для настила пола купили доски по цене 3 500 сумов за кв. м. За настил пола мастеру заплатили по 1 800 сумов за кв. м.

Сколько денег потратили на покупку досок и настил пола комнаты в 30 кв. м? Решите задачу двумя способами.

205. Дед каждому из 5 своих внуков купил по 7 тетрадей в линейку и по 6 тетрадей в клетку. Сколько всего тетрадей купил дед? Решите задачу двумя способами.
206. Длина площадки 30 м, ширина 25 м. Сколько денег надо истратить на забор из проволоки, если 1 кв. м забора стоит 340 сумов? Решите задачу двумя способами.
207. Вычислите произведение, пользуясь распределительным законом умножения:
- 1) $59 \cdot 65$; 2) $999 \cdot 54$; 3) $1\,001 \cdot 37$; 4) $10\,001 \cdot 45$.

Образец:

$$78 \cdot 23 = (80 - 2) \cdot 23 = 80 \cdot 23 - 2 \cdot 23 = 1\,840 - 46 = 1\,794.$$

208. Вычислите:

- 1) $15 \cdot 36 - 13 \cdot 36 + 25 \cdot 23 - 25 \cdot 21$;
2) $22 \cdot 17 - 18 \cdot 17 + 17 \cdot 15 - 15 \cdot 13 + 18 \cdot 13 - 14 \cdot 13$;
3) $39 \cdot 24 - 34 \cdot 24 + 17 \cdot 11 - 12 \cdot 11 + 18 \cdot 16 - 13 \cdot 16$;
4) $25 \cdot 13 - 22 \cdot 13 + 21 \cdot 19 - 18 \cdot 19 + 17 \cdot 11 - 14 \cdot 11$.

209. Вычислите наиболее простым способом:

- 1) $46 \cdot 198 + 92$; 3) $205 \cdot 99 + 205$; 5) $248 \cdot 34 + 68$;
2) $102 \cdot 33 - 66$; 4) $45 \cdot 304 - 180$; 6) $62 \cdot 125 - 250$.

210. Цена входного билета в парк для взрослого 780 сумов, для ребенка 300 сумов. В парк пришло 150 взрослых и 150 детей. На какую сумму продали билеты? Решите задачу двумя способами.

211. Фермер привез на рынок 5 т картофеля и 4 т лука. 1 кг картофеля стоит 550 сумов, 1



Произведение каких трех натуральных чисел равно их сумме?

кг лука 180 сумов. Сколько денег получит фермер за овощи?

- 212.** На зиму Мираббос купил 180 кг картофеля и 100 кг лука. Картофель он купил по цене 550 сумов за 1 кг, лук — по 185 сумов за 1 кг. Сколько денег израсходовал Мираббос? Решите задачу двумя способами.
- 213.** 1 кв. м кафеля стоит 6 000 сумов. За облицовку помещения мастеру заплатили по 4 500 сумов за кв. м. Площадь стен составляет 35 кв.м. Сколько денег истратили?
- 214.** Вычислите, вынеся общий множитель за скобки:
 1) $a + b = 30$, если $25 \cdot a + 25 \cdot b$;
 2) $x - y = 38$, если $x \cdot 40 - y \cdot 40$.
- 215.** Замените многоточия числами в соответствии с распределительным законом умножения и вычислите:
 1) $(37 + 43) \cdot 15 = \dots \cdot \dots + \dots \cdot \dots = \dots$;
 2) $25 \cdot (32 - 18) = \dots \cdot \dots - \dots \cdot \dots = \dots$;
 3) $(\dots + \dots) \cdot \dots = 14 \cdot 9 + 56 \cdot 9 = \dots$.

15



Частные случаи умножения натуральных чисел

1. Умножение натуральных чисел на 10, 100, 1 000,

Пример 1. Вычислите произведение $18 \cdot 10$.

$$18 \cdot \underline{10} = (10 + 8) \cdot 10 = 10 \cdot 10 + 8 \cdot 10 = 100 + 80 = \underline{180}$$

↑
1 один
нуль

↑
1 один
нуль

Значит, $18 \cdot \underline{10} = \underline{180}$.

Пример 2. Вычислите произведение $938 \cdot 100$.

$$938 \cdot 1 \underline{00} = 938 \cdot 10 \cdot 10 = (938 \cdot 10) \cdot 10 = 9\,380 \cdot 10 = 93\,8 \underline{00}.$$

Для того чтобы умножить число на 10, 100, 1 000, ... достаточно приписать к этому числу справа столько нулей, сколько их у второго множителя.

Пример 3. $143 \cdot 20 = 143 \cdot 2 \cdot 10 = (143 \cdot 2) \cdot 10 = 286 \cdot 10 = 2\ 860$.

2. Умножение чисел, оканчивающихся нулями.

Пример 1. $120 \cdot 40 = (12 \cdot 10) \cdot (4 \cdot 10) = (12 \cdot 4) \cdot (10 \cdot 10) = 48 \cdot 100 = 4\ 800$.

Для того чтобы перемножить числа, оканчивающиеся нулями, достаточно, не обращая внимания на нули, перемножить их, а затем приписать справа к результату столько нулей, сколько их у обоих сомножителей вместе.

! Сочетательный и переместительный законы умножения применимы и для умножения «круглых» (оканчивающихся нулями) чисел.

Пример 2. $4\ 800 \cdot 210 = 1\ 008\ 000$

$\begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 2 & 1 & 2+1=3 \\ \text{нуля} & \text{нуль} & \text{нуля} \end{array}$

Пример 3. $1\ 050 \cdot 600 = 630\ 000$.

$\begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 1 & 2 & 1+2=3 \\ \text{нуль} & \text{нуля} & \text{нуля} \end{array}$

Пример 4. $3\ 740 \cdot 2\ 800$
найдите произведение

$\begin{array}{r} \times \quad 3740 \quad \leftarrow 1 \text{ нуль} \\ \quad 2800 \quad \leftarrow 2 \text{ нуля} \\ \hline + \quad 2992 \\ \quad 748 \\ \hline 10472000 \quad \leftarrow 1+2=3 \text{ нуля} \end{array}$

216. 1) Как умножить натуральные числа на 10, 100, 1000, ... ?

? Приведите примеры.

Как умножить число: 1) на число, оканчивающееся нулями? 2) на число, если они оба оканчиваются нулями?

Найдите произведение (217–219):

- 217.** 1) $265 \cdot 10$; 2) $1\ 234 \cdot 10$; 3) $675 \cdot 100$; 4) $100 \cdot 9\ 674$; 5) $3\ 176 \cdot 1\ 000$; 6) $1\ 000 \cdot 6\ 543$.

218. 1) $40 \cdot 700 \cdot 250$; 3) $75 \cdot 110 \cdot 800$; 5) $500 \cdot 320 \cdot 60$
 2) $50 \cdot 800 \cdot 125$; 4) $450 \cdot 30 \cdot 200$; 6) $2\,500 \cdot 600 \cdot 40$.
219. 1) $80 \cdot 60 \cdot 1\,250$; 3) $750 \cdot 220 \cdot 400$; 5) $350 \cdot 200 \cdot 650$;
 2) $250 \cdot 30 \cdot 160$; 4) $130 \cdot 500 \cdot 200$; 6) $1\,250 \cdot 450 \cdot 400$.

220. Выполните действия:

- 1) $460 \cdot 85 + 63 \cdot 550$; 4) $64 \cdot 320 - 46 \cdot 280$;
 2) $71 \cdot 410 - 230 \cdot 29$; 5) $320 \cdot 85 + 23 \cdot 560$;
 3) $950 \cdot 58 + 17 \cdot 220$; 6) $590 \cdot 72 - 27 \cdot 440$.

221. Сколько нулей на конце произведения $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 49 \cdot 50$?

222. В выражении $6 \cdot 9 + 21 : 3 - 2$ расставьте скобки так, чтобы в результате получить: 1) 75; 2) 180; 3) 58.

223. Среди чисел от 200 до 400 найдите такие числа, чтобы последняя цифра этого числа была равна произведению первых двух цифр.

224. Вычислите произведение:

- 1) $40 \cdot 300 \cdot 750$; 3) $150 \cdot 540 \cdot 600$; 5) $450 \cdot 200 \cdot 520$;
 2) $180 \cdot 50 \cdot 240$; 4) $780 \cdot 250 \cdot 200$; 6) $160 \cdot 250 \cdot 120$.

225. Найдите числовое значение выражения:

- 1) $47 \cdot x + 53 \cdot x$, если $x = 10$; 100; 1 000; 10 000;
 2) $64 \cdot y - 14 \cdot y$, если $y = 10$; 100; 1 000; 10 000;
 3) $123 \cdot a - 23 \cdot a$, если $a = 45$; 210; 340; 1 200;
 4) $546 \cdot b + 454 \cdot b$, если $b = 50$; 105; 330; 2 500.

226. В магазин доставили 30 ящиков с яблоками по 30 кг каждый и 10 ящиков с яблоками по 35 кг каждый. Сколько килограммов яблок привезли в магазин?

227. Иногда, если надо умножить число на 5, его умножают на 10 и результат делят на 2. Вычислите:

- 1) $147 \cdot 5$; 3) $148\,668 \cdot 5$; 5) $140\,867 \cdot 5$;
 2) $428 \cdot 5$; 4) $840\,628 \cdot 5$; 6) $6\,214\,893 \cdot 5$.

Образец: $323 \cdot 5 = 323 \cdot (10 : 2) = (323 \cdot 10) : 2 = 3\,230 : 2 = 1\,615$.

228. Фермерское хозяйство на 1 га площади дало 105 кг минеральных удобрений. Сколько нужно потратить минеральных удобрений на поля площадью 768 га, 564 га и 816 га?

16



Деление натуральных чисел. Основное свойство частного

1. Деление натуральных чисел.

Делением называется такое действие, при котором по произведению и известному сомножителю находится второй (неизвестный) сомножитель.

$$9 \cdot x = 72$$



$$x = 72 : 9$$



$$x = 8$$

Задача. 3 карандаша стоят 30 сумов. Сколько стоит один карандаш?

Решение. Можно представить число 30 в виде суммы 3 одинаковых слагаемых? $30 = 3 \cdot 10 = 10 + 10 + 10$, значит, 1 карандаш стоит 10 сумов. Так как $30 = 3 \cdot 10$, число 30 можно разделить на 10: $30 : 3 = 10$.

Точно так же $24 : 6 = 4$, так как $24 = 6 \cdot 4$. Говорят, что 24 делится на 6, или 24 делится на 6 нацело, или 24 делится на 6 без остатка.

Пусть a и b — натуральные числа: $a \geq b$ (число a больше или равно b или число a не меньше, чем b).

Если существует число c такое, что $a = b \cdot c$, то говорят, что число a делится на число b и пишут так: $a : b = c$.

В равенстве $a : b = c$ число a называется делимым, число b — делителем, c — частным, $a : b$ также называют частным.

Каждое натуральное
число делится на 1:
 $a : 1 = a$.

Для каждого, не равного
нулю, числа a
 $a : a = 1$.

Если разделить нуль на
натуральное число a ,
получится 0:
 $0 : a = 0$, так как $0 \cdot a = 0$.

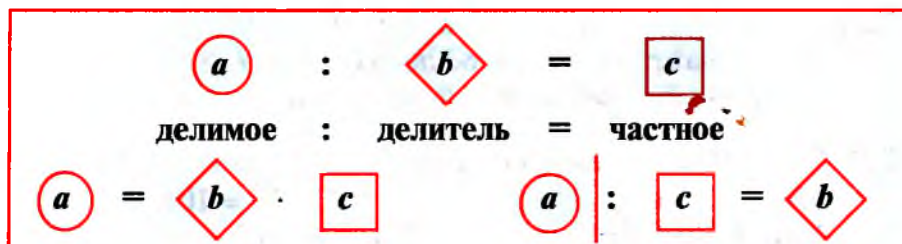
На нуль делить нельзя!

~~$a : 0$~~

~~$0 : 0$~~

Примеры: 1) $120 : 6 = 20$; $120 = 6 \cdot 20$; $120 : 20 = 6$.
 2) $414 : 18 = 23$; $414 = 18 \cdot 23$; $414 : 23 = 18$.

Из этих примеров видно, что правильность результата деления можно проверить и умножением, и делением.



2. Основное свойство частного.

Пример. $240 : 10 = 24$;

$$(240 \cdot 2) : (10 \cdot 2) = 480 : 20 = 24;$$

$$(240 : 2) : (10 : 2) = 120 : 5 = 24.$$

Рассмотрев и обдумав этот пример, находим:

Основное
свойство

Если разделить (или умножить) делимое и делитель на одно и то же натуральное число, то частное не изменится:

$$a : b = (a \cdot n) : (b \cdot n) \quad | \quad a : b = (a : n) : (b : n)$$

3. Способ деления натуральных чисел уголком.

Пример. Разделите 29 376 на 72.

Пояснение. Число тысяч делимого 29.

Это число меньше делителя 72, т.е. в частном тысяч не будет.

Число сотен делимого 293 разделим на 72:
 $293 : 72 = 4$ (5 в остатке). 4 — число сотен

частного. Остаток 5 сотен = 50 десяткам. Прибавим к нему 7 десятков в делимом, получится 57 десятков. Однако $57 < 72$;

29376	72
- 288	408
576	
- 576	
0	

$57 : 72 = 0$ (остаток 57). 0 – это цифра частного в разряде десятков. Остаток 57 десятков = 570 единиц. Прибавим к нему 6 единиц в делимом, получаем 576 единиц. $576 : 72 = 8$. Цифра в разряде единиц частного равна 8. Таким образом, $29\ 376 : 72 = 408$.

- 229.** 1) Что значит разделить число a на число b ?
2) Как найти неизвестное делимое?
3) Как найти неизвестный делитель?

230. Проверьте, правильно ли выполнено деление:

- | | |
|----------------------|--------------------------|
| 1) $210 : 35 = 6$; | 4) $7\ 777 : 77 = 101$; |
| 2) $840 : 20 = 41$; | 5) $2\ 268 : 108 = 21$; |
| 3) $945 : 15 = 63$; | 6) $368 : 23 = 16$. |

231. 1) Самолет преодолел расстояние 4 500 км со скоростью 750 км/ч. Сколько часов летел самолет?
2) Самолет за 6 ч пролетел 5 100 км. С какой скоростью летел самолет?

232. Первое число 315. Второе число в 3 раза меньше. А третье число в 5 раз меньше второго. Найдите сумму этих чисел.

233. Первое число 256. Оно больше второго в 4 раза и в 8 раз больше третьего. Найдите произведение этих чисел.

234. Делимое равно 15000, делитель 2500. Найдите частное. Уменьшим делитель в 10; 25; 50; 250 раз. Сравните полученные частные с исходным.

235. 1) Произведение чисел 108 и 36 уменьшили в 81 раз. Как его найти?
2) Произведение чисел 63 и 28 уменьшили в 49 раз. Как его найти?

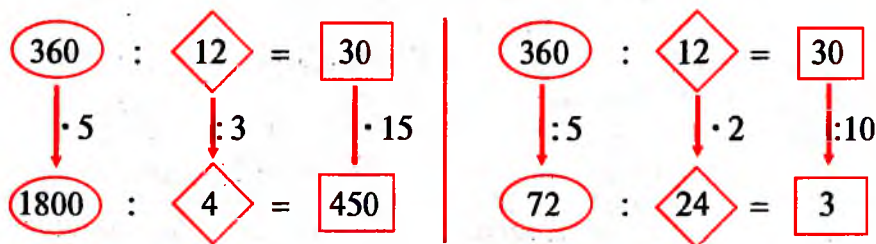
 **236.** Вычислите наиболее удобным способом:

- | | | |
|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| 1) $(720 \cdot 20) : 20$; | 3) $(34 \cdot 150) : 25$; | 5) $(707 \cdot 20) : 101$; |
| 2) $(40 \cdot 375) : 75$; | 4) $(810 \cdot 65) : 90$; | 6) $(180 \cdot 650) : 13$. |

237. Выполните действия:

- 1) $800 : (20 \cdot 8)$; 3) $500 : (25 \cdot 5)$; 5) $950 : (19 \cdot 2)$;
 2) $360 : (4 \cdot 18)$; 4) $480 : (24 \cdot 4)$; 6) $1200 : (12 \cdot 25)$.

238. В соответствии со следующей схемой, позволяющей разобраться в том, какие связи есть между делимым, делителем и частным, сами изложите правила



239. Каждое из чисел 450, 870, 600, 900 уменьшите:

- 1) в 10 раз; 2) в 30 раз; 3) в 15 раз.

240. Как изменится частное, если делимое: 1) увеличить в 4 раза; 2) уменьшить в 3 раза? Поясните на примерах.

241. Вычислите наиболее простым способом:

- а) Нужно уменьшить произведение 250 и 475: 1) 25 раз; 2) 50 раз;
 б) Нужно уменьшить произведение 430 и 180: 1) 100 раз; 2) 90 раз.

242. Разъясните, как произведено деление:

$\begin{array}{r} 22236 \overline{)109} \\ \underline{218} \\ 436 \\ \underline{436} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 107625 \overline{)123} \\ \underline{984} \\ 922 \\ \underline{861} \\ 615 \\ \underline{615} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4505400 \overline{)60} \\ \underline{420} \\ 305 \\ \underline{300} \\ 540 \\ \underline{540} \\ 0 \end{array}$
---	--	--

243. Решите уравнение:

- 1) $2\,007 : x = 1$ 3) $y : 225 = 800$; 5) $y \cdot 150 = 2\,250$;
 2) $x : 3\,431 = 0$; 4) $6\,060 : x = 60$; 6) $7\,700 : y = 77$.



Исторические сведения

В странах Востока был широко распространен способ умножения многозначных чисел, известный под названием **метод сетки**. Это правило ввел в обращение известный математик Самаркандской школы Улугбека аль-Каши в своей книге «Ключ арифметики». О нем же писал ученик и соратник Улугбека Али Кушчи (1402–1474) в своем «Арифметическом трактате».

Аль-Хорезми в сочинении «Об индийском счете» подробно рассматривает умножение и деление натуральных чисел. «Знай же, — пишет он, — «деление подобно умножению, но является обратным ему, так как при делении мы вычитаем, тогда как при умножении складываем». Схема, приведенная ниже, заимствована из трактата Али Кушчи. На ней показано, как найти произведение: $7086 \cdot 254 = 1\,799\,844$ методом сетки.

Числа 7086 и 254 записываются вдоль сторон прямоугольника, а вдоль двух других сторон прямоугольника выписано их произведение.

		7	0	8	6	
1	1	4		1	6	2
7	3			4	3	5
9	2	5		3	0	4
	8			2	4	
	9	8	4	4		

«Результат деления одного числа на другое — это такое третье число, которое в произведении со вторым дает первое число».

Али Кушчи

Здесь Али Кушчи говорит об определении частного, что записывается формулой: если

$$a : b = c, \text{ то } b \cdot c = a.$$

17



Задачи на части



У Камолы и Рахимы вместе 600 сумов. У Рахимы денег в 3 раза больше, чем у Камолы. Сколько денег у каждой девочки?

У Камолы денег:  1 доля

У Рахимы:  3 доли

Всего денег:  4 доли

Решение. Если деньги Камолы принять за 1 долю (1 часть, 1 единица), то деньги Рахимы составят 3 доли.

1-й вопрос. Сколько долей приходится на 600 сумов?

$$1 + 3 = 4 \text{ (доли).}$$

2-й вопрос. Сколько денег приходится на одну долю? (иначе говоря, сколько денег у Камолы?)

$$600 : 4 = 150 \text{ (сумов).}$$

3-й вопрос. Сколько денег у Рахимы?

$$150 \cdot 3 = 450 \text{ (сумов).}$$

Ответ: 150 сумов, 450 сумов.

Задача 1. Спортивная форма в 3 раза дороже кроссовок. Ориф заплатил за форму на 10 000 сумов больше, чем за кроссовки. Сколько стоит спортивная форма?

Решение. Примем цену кроссовок за одну долю, тогда цена формы составит три доли.

1-й вопрос. Сколько долей приходится на разницу в цене на форму и на кроссовки?

$$3 - 1 = 2 \text{ (доли).}$$

$$10\,000 \text{ сумов}$$

Форма:  3 доли

Кроссовки:  1 доля

2-й вопрос. Сколько денег приходится на 1 долю? (иначе говоря, какова цена кроссовок?)

$$10\ 000 : 2 = 5\ 000 \text{ (сумов).}$$

3-й вопрос. Сколько стоит форма?

$$5\ 000 \cdot 3 = 15\ 000 \text{ (сумов).}$$

Ответ: 15 000 сумов.

Проверка. 1) $15\ 000 : 5\ 000 = 3$; 2) $15\ 000 - 5\ 000 = 10\ 000$.

Задача 2. Бабушка Джамия варит клубничное варенье из расчета 3 кг сахара на 2 кг клубники. Сколько сахара понадобится бабушке на 12 килограммов клубники?

1-й способ. На 2 кг клубники приходится 1 доля. Тогда на 12 кг клубники приходится $12 : 2 = 6$ (долей). На каждую долю ягод приходится 3 кг сахара, значит всего понадобится $6 \cdot 3 = 18$ кг сахара.

Ответ: 18 кг.

Решение этой задачи можно показать на чертеже:

Клубника: $2\text{ кг} + 2\text{ кг} + 2\text{ кг} + 2\text{ кг} + 2\text{ кг} + 2\text{ кг} = 12\text{ кг.}$



$$3\text{ кг} + 3\text{ кг} + 3\text{ кг} + 3\text{ кг} + 3\text{ кг} + 3\text{ кг} = 18\text{ кг}$$

2-й способ. Если бы для варки варенья и клубники, и сахара нужно было поровну — «12 кг клубники на 12 кг сахара», то 12 кг сахара хватило бы. Но на каждые 2 кг клубники сахара надо на 1 кг больше. $12 : 2 = 6$. Таким образом, сахара по сравнению с клубникой, надо на 6 кг больше. $12 + 6 = 18$ (кг).

Ответ: 18 кг.

?

244. Турист должен был пройти 160 км. На привале он подсчитал, сколько ему осталось идти. Оказалось, что пройдено в 3 раза меньше пути, чем осталось. Сколько километров пути осталось еще пройти туристу?

245) Число книг в первом шкафу в 3 раза больше, чем во втором. Сколько книг в каждом шкафу, если в обоих шкафах было 340 книг?

246. В стаде овец столько, что число их ног на 180 больше числа голов. Сколько овец в стаде?

247. Умида прочитала в пять раз большую часть книги, чем ей осталось. Ей осталось прочитать на 128 страниц меньше, чем она уже осилила. Сколько страниц в книге? Сколько страниц она уже прочитала?

248. Книга дороже общей тетради в 4 раза, или на 900 сумов. Сколько стоит книга?

249. Тибетейка вместе с рубашкой стоит 6 000 сумов, но рубашка в 2 раза дороже. Сколько стоит тибетейка?

 250. Согласно какому правилу подобраны эти числа:

- 1) 5, 10, 15, ...; 3) 2, 20, 200, ...; 5) 3, 9, 27, ... ;
2) 7, 14, 21, ...; 4) 2, 5, 8, 11, ...; 6) 4, 44, 444,

 251. Замените звездочки такими цифрами, чтобы в результате получились верные равенства:

- 1) $1* + 2* + 4* = 97$; 2) $2* + 3* + 4* = 117$.

 252. Сумма двух чисел равна 100, частное от деления одного числа на другое равно 4. Найдите эти числа.

 253. Отрезок длиной 24 см разделили на две части. Найдите длину каждой, если одна из них втрое больше другой.

 254. Разность двух чисел равна 294. Частное от деления одного из них на другое — 8. Найдите сумму этих чисел.

 255. На площади $1\,134\text{ м}^2$ посадили морковь, помидоры и лук. На морковь приходится 3 части, на помидоры — 4 части, на лук — 2 части поля. Сколько квадратных метров земли отведено под каждую культуру?

 256. Периметр прямоугольника 36 см. Его длина больше ширины в 2 раза. Найдите его стороны.

257. У Сабира 150 сумов, причём в одном кармане в 4 раза меньше, чем в другом. Сколько денег в каждом кармане?

258. Одно число больше другого в 5 раз, их разность:
1) 40; 2) 4; 3) 48; 4) 72. Найдите эти числа.



Деление с остатком



$$7 : 3 = 2 \text{ (остаток 1)}$$



$$7 = 3 \cdot 2 + 1$$

Задача 1. 1 карандаш стоит 30 сумов. Каково наибольшее число карандашей, которые можно купить на 200 сумов? Сколько сум сдачи можно получить?

Решение.

$$\begin{array}{r} 200 \overline{) 30} \\ \underline{180} \\ 20 \text{ (остаток)} \end{array}$$

Это значит, что число 200 можно записать так:

$$200 = 30 \cdot 6 + 20$$

где: 200 — все деньги (делимое),
30 — цена одного карандаша (делитель),
6 — наибольшее число карандашей, которое можно купить за 200 сумов (неполное частное),
20 — сдача (остаток).

Ответ: можно купить не более 6 карандашей.

Равенство $200 = 30 \cdot 6 + 20$ выражает деление с остатком. Остаток всегда меньше делителя: $20 < 30$.

Задача 2. Разделите 28 на 9.

Решение. 28 не делится на 9, так как нет натурального числа, которое при умножении к 9 дало бы 28: $9 \cdot 1 = 9$; $9 \cdot 2 = 18$; $9 \cdot 3 = 27$; $9 \cdot 4 = 36$, ... Среди чисел 9, 18, 27, 36, ... 28 нет, но среди этих чисел есть натуральное число, которое меньше 28 и делящееся на 9 наибольшее число, это число $27 = 9 \cdot 3$.

Для получения числа 28 к 27 нужно прибавить: $28 = 27 + 1$.

Следовательно, 28 можем записать следующим образом: $28 = 9 \cdot 3 + 1$, при этом 28 — данное число, 9 — делимое, 3 — неполное частное, 1 — остаток. Тогда, можно написать $28 : 9 = 3$ (1 остаток).

Пусть a и b — натуральные числа. Если при делении a на b получается неполное частное c и остаток d , т.е. $a : b = c$ (d остаток), то $a = b \cdot c + d$, $d < b$.

Связь между делимым, делителем, неполным частным и остатком дана в следующей таблице:

a — делимое	$a = b \cdot c + d$
b — делитель	$b = \left(\frac{a - d}{c} \right)$
c — неполное частное	$c = \left(\frac{a - d}{b} \right)$
d — остаток	$d = a - b \cdot c$

При делении остаток всегда должен быть меньше делителя.

259. 1) В чем заключается операция деления с остатком?
 2) Почему при делении с остатком остаток должен быть меньше частного? Приведите примеры.

260. У Наимы есть 180 сумов. Она купила 7 карандашей. Ей дали 5 сумов сдачи. Сколько стоит один карандаш?

261. В 5«А» и 5«В» всего 75 учеников. Учитель физкультуры построил их в колонну по 4. Сколько получилось полных рядов? Сколько учеников в последнем неполном ряду?
262. Бахром купил 7 карандашей. Один карандаш стоит 25 сумов. Продавец дал 5 сумов сдачи. Сколько денег заплатил Бахром?
263. 82 т картофеля намереваются перевезти в магазины на грузовой машине грузоподъемностью 5 т. Сколько для этого понадобится рейсов? Сколько картофеля останется?
264. У Кахрамона было 350 сумов. Он купил несколько тетрадей. Продавец дал ему сдачу 30 сумов. Сколько тетрадей он купил, если одна тетрадь стоит 40 сумов?
265. Делимое равно 3 815, делитель – 21, остаток – 14. Найдите неполное частное.
266. Делимое равно 4 931, неполное частное – 46, остаток – 101. Найдите делитель.
267. В 12-этажном доме на каждом этаже 4 квартиры. На каком этаже расположена 33 квартира? А 31-я?
268. Какими могут быть остатки при делении натурального числа на 2, 3, 5, 8, 10, 100, 1 000?
269. Решите уравнение:
- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| 1) $x : 24 = 4$ (остаток 2); | 3) $100 : x = 3$ (остаток 1); |
| 2) $x : 10 = 5$ (остаток 1); | 4) $120 : x = 7$ (остаток 8). |
- Образец: 1) Решите уравнение: $x : 30 = 5$ (остаток 8).
 $x = 30 \cdot 5 + 8 = 158$. Ответ: $x = 158$.
- 2) Решите уравнение: $345 : x = 49$ (остаток 2).
 $x = (345 - 2) : 49 = 343 : 49 = 7$. Ответ: $x = 7$.
-  270. Решите уравнение:
- | | |
|--|------------------------------------|
| 1) $1\,700 : 80 = x$ (остаток 20); | 3) $142 : 10 = 14$ (остаток x); |
| 2) $1\,718 : 100 = 17$ (остаток x); | 4) $2\,105 : 100 = x$ (остаток 5). |
- Образец: Решите уравнение: $142 : 15 = x$ (остаток 7).
 $x = (142 - 7) : 15 = 135 : 15 = 9$. Ответ: $x = 9$.

- 271.** Каким будет остаток от деления числа $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 + 1$ на 2, 3, ..., 9, 10 или 100?
- 272.** При делении натурального числа a на число b с остатком получается неполное частное c и остаток d . Как изменится остаток d , если и делимое, и делитель увеличить в 4 раза? Приведите примеры.
- 273.** Моток проволоки длиной 7 м хотят разрезать на куски длиной 65 см каждый. Сколько при этом получится кусков? Какова будет при этом длина остатка?
- 274.** У Мохиры было 280 сумов. Она купила на 70 сумов мороженого. А на оставшиеся деньги решила купить тетради. Сколько тетрадей сможет она купить, если одна тетрадь стоит 40 сумов? Сколько сумов ей вернут?
- 275.** Действительно ли равенства выражают результат деления с остатком? Если это не так, объясните почему.
- 1) $55 = 13 \cdot 4 + 3$; 3) $55 = 13 \cdot 5 - 10$; 5) $55 = 13 \cdot 3 + 16$;
2) $55 = 27 \cdot 2 + 1$; 4) $55 = 15 \cdot 3 + 10$; 6) $55 = 18 \cdot 3 + 1$.
- 276.** Выполните деление с остатком:
- 1) $507 : 4$; 3) $830 : 9$; 5) $500 : 12$; 7) $428 : 31$;
2) $353 : 6$; 4) $583 : 5$; 6) $625 : 11$; 8) $961 : 51$.
- 277.** Делимое равно 5 347, делитель 6. Найдите остаток.



Степень числа. Квадрат и куб числа

Вы знаете, как записать сумму одинаковых слагаемых в виде произведения. Например, $5 + 5 + 5 = 3 \cdot 5$.

Произведение одинаковых чисел также можно записать кратко.

Например, в произведении $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ четыре одинаковых множителя. Это произведение кратко записывают так: 7^4 .



Здорово!!!

$$2^5 \cdot 9^2 = 2\,592$$

$$4^2 = 2^4$$

$$2^2 = 2 + 2$$

$$1^{2007} = 1$$

$$0^{2007} = 0$$

$$88^2 + 33^2 = 8\,833$$

$$12^2 + 33^2 = 1\,233$$

$$\underbrace{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}_{4 \text{ раза}} = 7^4.$$

4 раза

Читают: семь в четвертой степени, где 7^4 — степень, 7 — основание степени, 4 — показатель степени.

Операция умножения одинаковых множителей называется возведением в степень.

Если в числовом выражении среди прочих операций участвует операция возведения в степень, то она выполняется первой.

Пример 1. Вычислите: $36^2 : 18 - 3^4 : 27 + 5^3 \cdot 2^2$.

Сначала находим 36^2 , 3^4 , 5^3 , 2^2 , затем подставляем их значения в данное выражение и вычисляем:

$$1296 : 18 - 81 : 27 + 125 \cdot 4 = 72 - 3 + 500 = 569.$$

Вторая степень числа называется его квадратом.

$$8^2 = 8 \cdot 8 = 64 \text{ — «8 в квадрате равно 64»}$$

Третья степень числа называется его кубом.

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \text{ — «5 в кубе равно 125»}.$$

Вообще, n -я степень числа a равна:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}$$

Пример 2. 1) $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$; $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$.

2) $7^4 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 2\,401$.

3) $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$.

Пример 3.

1) $1 \text{ км} = 10^3 \text{ м} = 10^3 \cdot 10 \text{ дм} = 10^3 \cdot 10^2 \text{ см} = 10^3 \cdot 10^2 \cdot 10 \text{ мм} = 10^6 \text{ мм}$.

2) Скорость света около $300\,000\,000 \text{ м}$, это можно записать в виде $3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ или $3 \cdot 10^5 \text{ км/с}$.

$$3) 1 \text{ т} = 1\,000 \text{ кг} = 10^3 \text{ кг} = 10^3 \cdot 10^3 \text{ г} = 10^6 \text{ г}.$$

$$4) 1 \text{ га} = 100 \text{ м} \cdot 100 \text{ м} = 100^2 \cdot 1 \text{ м} \cdot 1 \text{ м} = 100^2 \cdot 100^2 \text{ см}^2 = 10^8 \text{ см}^2.$$

Число, записываемое в виде единицы с одним или несколькими нулями, удобно записывать так:

$$\begin{aligned} 10 &= 10^1 \\ 100 &= 10 \cdot 10 = 10^2 \\ 1\,000 &= 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3 \\ 10\,000 &= 10^4 \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

Первая степень любого числа равна, по определению, самому этому числу:
 $a^1 = a$.

$$\begin{aligned} 0^1 &= 0; \quad 1^1 = 1; \\ 2^1 &= 2; \quad 3^1 = 3; \\ 1\,000^1 &= 1\,000. \end{aligned}$$

278. 1) Что называется степенью числа?

2) Что такое основание степени, показатель степени?

3) Чему равна первая степень числа?

4) Чему равен квадрат числа, куб числа?

279. Запишите в виде степени:

$$1) 2 \cdot 2; \quad 3) 13 \cdot 13; \quad 5) 20 \cdot 20; \quad 7) 8 \cdot 8 \cdot 8;$$

$$2) 2 \cdot 2 \cdot 2; \quad 4) 15 \cdot 15; \quad 6) 3 \cdot 3 \cdot 3; \quad 8) 6 \cdot 6 \cdot 6.$$

280. Прочитайте число и запишите его в виде произведения одинаковых равных множителей:

$$1) 3^2; \quad 2) 30^2; \quad 3) 1^3; \quad 4) 11^3; \quad 5) 2^4; \quad 6) 4^4.$$

281. Запишите произведения в виде степени и суммы в виде произведения; затем вычислите:

$$1) 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2; \quad 3) 5 \cdot 5 \cdot 5; \quad 5) 25 \cdot 25; \quad 7) 40 \cdot 40;$$

$$2) 2 + 2 + 2 + 2; \quad 4) 5 + 5 + 5; \quad 6) 25 + 25; \quad 8) 40 + 40.$$

282. Вычислите:

$$1) x^2, \text{ если } x = 12; 13; 55; 200; 300; 1\,000;$$

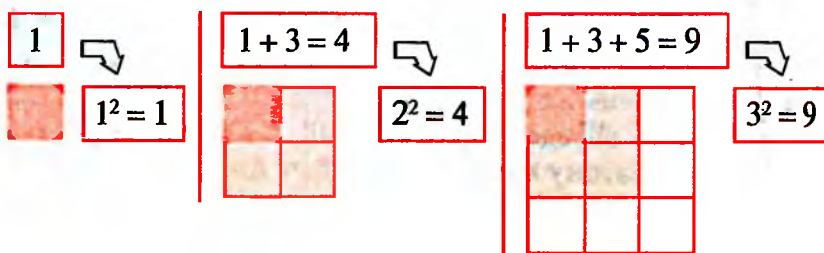
$$2) y^3, \text{ если } y = 1; 7; 20; 30; 50; 100.$$

283. 1) Квадраты каких чисел — двузначные числа?

2) Кубы каких чисел — трехзначные числа?

3) Квадраты каких чисел равны этому же числу?

- 284.** Замените звездочки такими цифрами, чтобы равенства оказались верными: 1) $(**)^3 = * **4$; 2) $(**)^3 = * **5$.
- 285.** Если вы поняли из чертежа, о какой закономерности идет речь, вычислите суммы $1 + 3 + 5 + 7$, $1 + 3 + 5 + 7 + 9$ и нарисуйте соответствующий чертеж.



- 286.** Запишите в виде степени и вычислите:
- 1) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$; 3) $6 \cdot 6 \cdot 15 \cdot 15$; 5) $100 \cdot 100 \cdot 7 \cdot 7$;
 - 2) $3 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$; 4) $1 \cdot 1 \cdot 25 \cdot 25$; 6) $16 \cdot 16 \cdot 50 \cdot 50$.
- 287.** В какую степень надо возвести: 1) число 10, чтобы получить числа 100; 1 000; 10 000; 2) число 6, чтобы получить числа 36; 216; 1 296?
- 288.** Заполните таблицу:

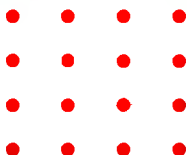
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x^2										
x^3										

- 289.** 1) Квадраты каких чисел оканчиваются цифрой 4?
2) Натуральные степени каких чисел оканчиваются последней цифрой того же числа?
- 290.** Подсчитайте, воспользовавшись таблицей задачи 278:
- 1) $6^3 \cdot 5^2$; 2) $7^2 \cdot 3^3$; 3) $(4 \cdot 4)^3$; 4) $10^3 \cdot 6^2$.
- 291.** Какой цифрой оканчиваются квадраты чисел:
- 1) 206; 2) 214; 3) 233; 4) 505; 5) 458?

20



Периметр прямоугольника и квадрата



Сколько прямоугольников и квадратов имеют вершины в данных точках?

1. Прямоугольник.

Фигура на рисунке 10 – прямоугольник $ABCD$.

Точки A , B , C и D – **вершины** прямоугольника; отрезки AB , BC , CD и AD – **стороны** прямоугольника.

Стороны AD и BC прямоугольника называются его **основаниями**, стороны AB и CD – его **высотами**.

Стороны AB и CD , AD и BC также называются **противоположными сторонами**.

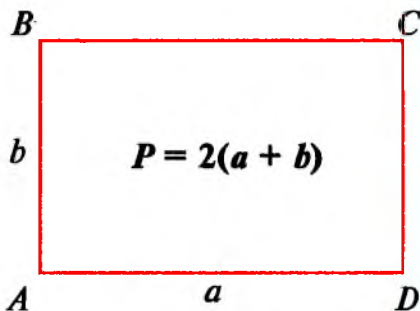


Рис. 10.

Противоположные стороны прямоугольника равны между собой.

Это мы запишем в виде $AB = CD$, $AD = BC$.

Когда говорят «сторона AB », имеют в виду не только отрезок AB , но и его длину.

Вместо слова «высота» говорят «ширина», вместо «основание» говорят «длина». Основание и высота прямоугольника называются его **смежными сторонами**. AB и BC , CD и AD – смежные стороны.

Сумма длины всех сторон прямоугольника называется его **периметром**.

Пусть $AD = a$, $AB = b$. Тогда периметр выражается через длину сторон следующим образом:

$$P = a + b + a + b = 2a + 2b = 2(a + b).$$

Задача 1. Длина сторон прямоугольника равна 5 см и 7 см. Найдите его периметр.

Решение. $P = 2 \cdot (5 + 7) = 2 \cdot 12 = 24$ (см), или $P = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 7 = 10 + 14 = 24$ (см), или $2 \cdot (5 + 7) = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 7$.

Ответ: 24 см.

2. Квадрат.

Прямоугольник, все стороны которого равны между собой, называется квадратом.

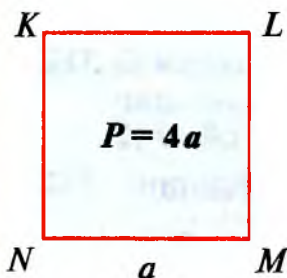


Рис. 12.

Пусть длина стороны квадрата равна a . Тогда периметр квадрата $ABCD$ равен (рис. 12):

$$P = a + a + a + a = 4a$$

Задача 2. Длина стороны квадрата равна 5 см. Найдите его периметр.

Решение. Здесь $a = 5$ см. Тогда $P = 4 \cdot 5 = 20$ (см). **Ответ:** 20 см.

292. 1) Какой четырехугольник называется прямоугольником?

?

2) Какой четырехугольник называется квадратом?

3) Противоположные стороны прямоугольника?

4) Будет ли всякий прямоугольник квадратом?

5) Будет ли всякий квадрат прямоугольником?

6) Что такое периметр прямоугольника?

С помощью какой формулы можно найти периметр?

Что такое периметр квадрата?

293. Начертите квадрат со стороной 3 см и найдите его периметр.
294. Начертите прямоугольник со сторонами $AB = 3$ см и $AD = 5$ см и вычислите его периметр. Чему равны стороны BC и CD ?
295. Найдите периметр прямоугольника, длина которого 4 см 5 мм, а ширина 3 см 4 мм.
296. Начертите в тетради прямоугольник, одна сторона которого: 1) в 2 раза; 2) на 4 см больше другой стороны.
297. Боксерский ринг — квадрат со стороной 6 м. Ринг обнесен тремя рядами канатов. Сколько метров канатов нужно для ограждения ринга?
298. Каждая сторона прямоугольника была удлинена в 1) 2 раза 2) 3 раза. Во сколько увеличился периметр прямоугольника?
299. Сколько понадобится квадратов для того, чтобы составить из них квадрат со стороной: 1) в 3 раза; 2) в 5 раз больше исходной?
300. Как из 12 спичек построить 5 квадратов, не ломая при этом спичек?
301. Найдите все натуральные числа, которые могут быть длиной сторон прямоугольника с периметром 30 см.
302. Начертите прямоугольник с периметром 12 см. Какими должны быть его стороны? Есть ли среди этих прямоугольников квадрат?
303. Из 6 одинаковых квадратов составьте различные прямоугольники. Начертите их в тетради.
304. Заполните таблицу.
- | | | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-----------|-------|--------|
| a | 15 см | ? дм | 2 дм | 4 см | 8 дм 5 см | 30 см | ? дм |
| b | 12 см | 4 дм | ? см | 30 мм | ? см | 40 мм | 20 см |
| P | ? см | 48 дм | 56 см | ? мм | 300 см | ? см | 120 дм |
305. Сколько на рис. 13: 1) прямоугольников; 2) квадратов? Выпишите их.

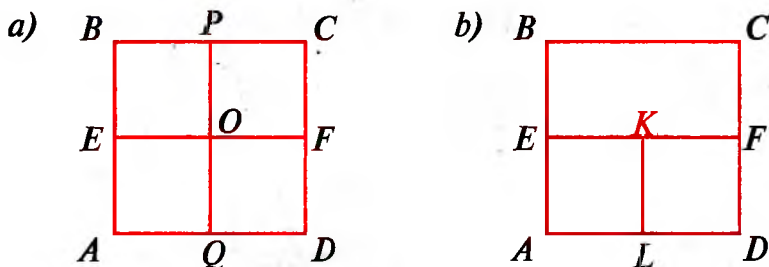


Рис. 13.

- 306.** Можно ли разбить на квадраты со стороной 5 см прямоугольник со сторонами 20 см и 12 см? На квадраты со стороной 2 см? На квадраты со стороной 4 см?
- 307.** Участки земли в форме прямоугольников имеют стороны 200 м и 250 м, 220 м и 240 м соответственно. Для какого из этих участков потребуется забор большей длины?

21



Единицы измерения площади



Вы знаете единицы длины 1 мм, 1 см, 1 дм, 1 м, 1 км и как перейти от одних к другим:

1 км = 1 000 м, 1 м = 100 см, 1 см = 10 мм, 10 см = 1 дм.

Квадрат, в качестве стороны которого выбран единичный отрезок, называется **единичным квадратом**.

За единицу измерения площадей принимается площадь единичного квадрата. Площадь обычно обозначается буквой S .

Площадь единичного квадрата со стороной 1 мм называется 1 квадратный миллиметр (1 мм² или 1 кв. мм):

$$S = 1 \text{ мм} \cdot 1 \text{ мм} = 1 \text{ мм}^2.$$

Площадь единичного квадрата со стороной 1 см называется 1 квадратный сантиметр (1 см² или 1 кв. см):

$$S = 1 \text{ см} \cdot 1 \text{ см} = 1 \text{ см}^2.$$

Площадь единичного квадрата со стороной 1 дм называется 1 квадратный дециметр (1 дм² или 1 кв. дм):

$$S = 1 \text{ дм} \cdot 1 \text{ дм} = 1 \text{ дм}^2.$$

Площадь единичного квадрата со стороной 1 м называется 1 квадратный метр (1 м² или 1 кв. м):

$$S = 1 \text{ м} \cdot 1 \text{ м} = 1 \text{ м}^2.$$

Площадь единичного квадрата со стороной 1 км называется 1 квадратный километр (1 км² или 1 кв. км):

$$S = 1 \text{ км} \cdot 1 \text{ км} = 1 \text{ км}^2.$$

Площадь квадрата со стороной 10 м называется 1 ар.

$$10 \text{ м} \cdot 10 \text{ м} = 100 \text{ м}^2 = 1 \text{ ар} = 1 \text{ сотка}.$$

Площадь квадрата со стороной 100 м называется 1 гектар.

$$100 \text{ м} \cdot 100 \text{ м} = 10\,000 \text{ м}^2 = 1 \text{ га}.$$

$$100 \text{ м} \cdot 100 \text{ м} = 100 \cdot 100 \cdot 1 \text{ м}^2 = 100 \cdot (100 \text{ м}^2) = 100 \text{ ар}.$$

$$1 \text{ ар} = 1 \text{ сотка} = 100 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ га} = 100 \text{ ар} = 100 \text{ сотка}$$

308. 1) Что называется единичным квадратом? Аром? Гектаром? Квадратным километром? 2) Сколько кв. м в 1 аре? В 1 га? 3) Сколько квадратных метров в 1 кв. км? Сколько гектаров составляет 1 кв. км?

309. Запишите меры длины и площади в порядке возрастания.

310. Каким числом надо заменить x , чтобы получить верное равенство:

- 1) $4 \text{ дм}^2 = x \text{ см}^2$; 3) $4 \text{ м}^2 = x \text{ дм}^2$; 5) $6 \text{ м}^2 = x \text{ мм}^2$;
2) $10 \text{ м}^2 = x \text{ см}^2$; 4) $8 \text{ дм}^2 = x \text{ мм}^2$; 6) $15 \text{ см}^2 = x \text{ мм}^2$?

311. Выразите в арах:

- 1) 500 м^2 ; 2) $1\,100 \text{ м}^2$; 3) $3\,000 \text{ м}^2$; 4) $15\,000 \text{ м}^2$.

312. Выразите в гектарах:

- а) 1) $10\,000 \text{ м}^2$; 2) $50\,000 \text{ м}^2$; 3) $500\,000 \text{ м}^2$;
б) 1) 400 ар ; 2) $2\,400 \text{ ар}$; 3) $20\,000 \text{ ар}$.

313. Выразите в гектарах, арах и квадратных метрах:

- 1) $12\,550 \text{ м}^2$; 2) $120\,340 \text{ м}^2$; 3) $1\,010\,375 \text{ м}^2$.

314. Площадь озера Сарыкамыш 3600 км^2 . Площадь Ташкентского водохранилища в 180 раз меньше, но больше Касансайского на 12 км^2 . Какова площадь Касансайского водохранилища?

315. Выразите в квадратных метрах:

- 1) 5 ар; 2) 25 ар; 3) 200 ар; 4) 3 га; 5) 50 га.

316. Площадь Наманганского вилоята $7\,400 \text{ кв. км}$, что меньше площади Бухарского вилоята на $32\,900 \text{ кв. км}$. Найдите площадь Бухарского вилоята.

317. Выразите в квадратных метрах, квадратных дециметрах и квадратных сантиметрах:

- 1) $12\,500 \text{ см}^2$; 2) $30\,453 \text{ см}^2$; 3) $150\,200 \text{ см}^2$.

318. 1) В каких единицах измеряется площадь классной комнаты? Школьного двора?

2) В каких единицах указывается площадь пахотной земли фермерского хозяйства?

319. Площадь Джизакского водохранилища около 14 км^2 . Площадь Денгизкуля в 24 раза больше, но меньше Айдаркуля на $3\,664 \text{ км}^2$. Найдите площадь Айдаркуля.

320. 1) В хозяйстве отдали 16 га земли в аренду. Каждая семья получила по 8 соток земли. Сколько семей получило землю? 2) В хозяйстве каждой из 100 семей выделили по 6 соток земли. Сколько всего земли выделили в хозяйстве? Ответ выразите в га, арах, кв. м.



Площадь материков, государств выражают в **квадратных километрах**. Площадь больших земельных угодий измеряют в **гектарах**. Небольшие участки земли измеряют в **арах**.



Исторические сведения

Человечество с древних времен ощущало необходимость в выработке единиц длины, площади, масс, объемов.

Единицы измерения, которыми пользовались наши предки, отличались от современных. В качестве единиц длины использовались, например, кадам (шаг, примерно $70 - 75 \text{ см}$), карич (пядь, $19 - 22 \text{ см}$), кулоч ($166 - 170 \text{ см}$), бармок (палец, около 2 см), локоть ($50 - 80 \text{ см}$).

Наш соотечественник Захириддин Мухаммад Бабур в своем прославленном произведении «Бабурнома», посвященном истории, географии, этнографии нашей Родины и походам Бабура, также рассказывает о современных ему единицах длины: кари (55 см), обхват, кулак (8 см).

Для измерения веса использовались единицы мискаль (золотник, 4 г), кадак (фунт, 410 г), пуд (16 кг 183 г), батман (берковец, 163 кг 800 г). Площадь земель обмеряли в танабах. $1 \text{ танаб} = 60 \text{ газ} \cdot 60 \text{ газ}$. Газ — единица длины, во многих местах $1 \text{ газ} = 70 \text{ см}$.

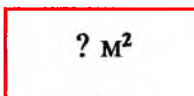


22

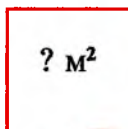


Площадь прямоугольника и квадрата

100 м



220 м



... м ?



Два земельных участка в форме прямоугольника и квадрата обнесены изгородью одинаковой длины. Площадь какого участка больше?

Измерить площадь фигуры — это значит найти, сколько единичных квадратов содержится в этой фигуре.

1. Площадь прямоугольника.

Задача 1. Найдите площадь прямоугольника с основанием $a = 5$ см и высотой $h = 6$ см (рис. 14).

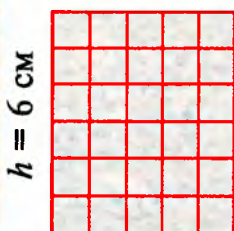
 $a = 5$ см

Рис. 14.

Решение. Разобьем этот прямоугольник на 6 рядов по 5 единичных квадратов со стороной 1 см в каждом ряду. Всего их будет 30.

Если прямоугольник можно разбить на k единичных квадратов, то его площадь будет равна k (кв. единиц).

Таким образом, площадь прямоугольника с основанием 5 см и высотой 6 см равна $S = 5 \cdot 6 = 30$ см².

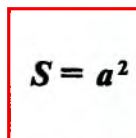
Ответ: 30 см².

Площадь прямоугольника равна произведению его основания (a) и высоты (h):

$$S = a \cdot h \text{ (кв. единиц).}$$

Для того чтобы найти площадь прямоугольника, надо вычислить произведение длины его смежных сторон (длины и ширины).

2. Площадь квадрата. Так как квадрат — это прямоугольник, все стороны которого равны между собой ($a = b$), то его площадь равна квадрату длины его стороны (рис. 15).



a

Рис. 15.

Задача 2. Найдите площадь прямоугольника с основанием 1 дм и высотой 5 см 4 мм.

Решение. Выразим длину сторон прямоугольника в одних и тех же единицах длины:

$$a = 1 \text{ дм} = 10 \text{ см} = 10 \cdot 1 \text{ см} = 10 \cdot 10 \text{ мм} = 100 \text{ мм};$$

$$h = 5 \text{ см } 4 \text{ мм} = 5 \text{ см} + 4 \text{ мм} = 5 \cdot 1 \text{ см} + 4 \text{ мм} = 5 \cdot 10 \text{ мм} + 4 \text{ мм} = 54 \text{ мм}.$$

$$S = a \cdot h = 100 \text{ мм} \cdot 54 \text{ мм} = 54 \cdot 100 \text{ мм}^2 = 54 \cdot 1 \text{ см}^2 = 54 \text{ см}^2.$$

Ответ: 54 см².

! Площадь Республики Узбекистан — 448900 км².

321. 1) Что значит вычислить площадь фигуры?

? 2) Чему равна площадь прямоугольника?

322. 1) Найдите площадь прямоугольника, стороны которого равны 14 и 8 единицам длины.

2) Найдите площадь квадрата со стороной 15 единиц.

323. Стороны прямоугольника:

1) $a = 25 \text{ см}$ и $b = 6 \text{ см}$; 3) $a = 2 \text{ дм } 5 \text{ см}$ и $b = 8 \text{ см}$;

2) $a = 5 \text{ дм}$ и $b = 15 \text{ см}$; 4) $a = 4 \text{ м } 5 \text{ дм}$ и $b = 3 \text{ м}$

Найдите его периметр и площадь.

324. Заполните таблицу (a и h — основание и высота прямоугольника):

a	8 см	15 дм	? м ? см	5 дм	4 см	? см
h	6 см 5 мм	? дм	800 см	6 см	? см	25 см
P	? см	400 см	? м	? см	? см	14 дм
S	? мм ²	? дм ²	16 м ²	6 дм ²	810 см ²	? см ²

325. Найдите и измерьте площадь фигур (рис. 16):

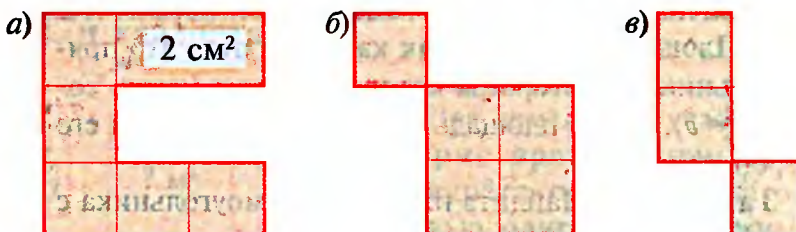


Рис. 16.

326. На сколько изменится площадь прямоугольника, если его длину увеличить в 3 раза? А если уменьшить длину в 2 раза, но увеличить ширину в 2 раза? Приведите примеры и сделайте выводы.
327. Во сколько раз увеличится площадь квадрата, если увеличить его сторону: 1) в 2 раза; 2) 5 раз; 3) в 10 раз? Сделайте вывод.
328. 1) Из двадцати спичек, не ломая их, построили прямоугольник наибольшей площади. Найдите площадь этого прямоугольника. Каким прямоугольником он является?
 2) Можно ли утверждать, что у прямоугольников с равными периметрами (площадями) площади (периметры) также равны. Объясните свой ответ на примерах.
 3) Можно ли сделать такой вывод: «У прямоугольников с равными площадями периметры также равны».
329. Найдите периметр квадрата, равновеликого (имеющего ту же площадь) прямоугольнику со сторонами 56 см и 14 см.
330. Поле, на котором фермер вырастил хлопок, собрав по 45 ц с га, имеет длину 600 м и ширину 400 м. Найдите, сколько всего центнеров хлопка собрал фермер.
331. Высота прямоугольника 16 см, основание на 9 см больше. Найдите площадь квадрата, имеющего тот же периметр.

332. Длина теннисного стола 2 740 мм, ширина 1 525 мм. Найдите площадь стола.
333. Чему равна площадь (в гектарах) поля в форме прямоугольника со сторонами 230 м и 600 м?
334. Площадь прямоугольника 560 см^2 , его основание равно 28 см. Найдите площадь квадрата, имеющего тот же периметр. Обратите внимание на то, что при равных периметрах площадь квадрата больше площади прямоугольника.



23



Уравнение



Найдите массу арбуза.

Запись, в которой два числовых выражения соединены знаком « = », называется **равенством**.

Выражение, стоящее слева от знака « = », называется **левой частью**, стоящее справа — **правой частью** равенства.

Равенство может быть **верным** или **неверным**.

Если левая и правая части равенства равны одному и тому же числу, то **такое равенство** называется **верным**.

Например, $8 + 10 = 18$, $12 - 5 = 7$, $120 : 15 = 6 + 2$, $13 \cdot 3 + 1 = 40$ — верные равенства.

Но, $3 \cdot 9 + 2 = 30$, $24 : 2 + 10 = 25 - 5$ — неверные равенства, так как их левые и правые части не равны между собой.

В равенстве могут участвовать и буквы.

Например, в равенствах $x + 30 = 50$ и $100 - x = 40$ участвует буква x . Буква x выражает здесь **неизвестное число** или **неизвестное**.

Равенство, в котором участвует неизвестное число, называется **уравнением**.

Например, равенства $x + 10 = 20$; $x : 3 = 10$ уравнения.

Значение x , обращающее данное уравнение в верное равенство, называется **корнем (решением) уравнения**.

Примеры. 1) Если в уравнение $x - 50 = 10$ подставить вместо x число 60, получится верное равенство $60 - 50 = 10$. Ни при каком другом числовом значении x верного равенства не будет. Почему? Таким образом, $x = 60$ — единственный корень уравнения.

Решить уравнение в натуральных числах — это значит найти все его корни (или показать, что их нет).

2) Решите уравнение $100 + x = 200$ в натуральных числах.

Какое число надо прибавить к 100, чтобы получить 200? Для ответа на этот вопрос, надо из 200 вычесть 100: $x = 200 - 100$, отсюда $x = 100$

Ответ. 100.

3) Решите уравнение $150 - x = 100$.

Сколько нужно вычесть от 150, чтобы получить 100?

$x = 150 - 100$, $x = 50$.

Ответ. 50

Несколько орехов раздали четверем ребятам поровну. Каждый получил по 5 орехов. Сколько было орехов?

Решение. Обозначим число орехов через x . Тогда по условию $x : 4 = 5$. Число орехов будет в четыре раза больше орехов, взятых одним мальчиком, т.е. $x = 4 \cdot 5$; $x = 20$.

Ответ. 20.

5) Ученикам раздали поровну 100 тетрадей. Каждый получил по 5 тетрадей. Сколько было учеников?

Решение. Обозначим число учащихся через x . Задача сводится к решению уравнения $100 : x = 5$. Каждый ученик получил по 5 тетрадей, значит, число x в 5 раз меньше 100, т. е. $x = 100 : 5$; отсюда $x = 20$.

Ответ: 20 учеников.

6) 4 м атласа стоят 4 800 сумов. Сколько стоит 1 м атласа?

Решение. 1-й способ. 1 м атласа в 4 раза дешевле 4 м атласа. Значит, цена 1 м атласа: $4\,800 : 4 = 1\,200$ (сумов).

2-й способ. Цена одного метра атласа x сумов. Тогда цена 4 м $x + x + x + x = 4x$ и 4 раза дороже 1 м атласа. По условию $4x = 4\,800$. На сколько нужно умножить 4, чтобы получить 4800? $x = 4\,800 : 4$, откуда $x = 1\,200$ (сумов).

Ответ: 1 200 сумов.

Способы решения уравнений:

Если $x + b = a$, то $x = a - b$

Если $b + x = a$, то $x = a - b$

Если $a \cdot x = b$, $x = b : a$,

то $a \neq 0$.

Если $x - b = a$, то $x = a + b$

Если $b - x = a$, то $x = b - a$

Если $x : b = a$, то $x = a \cdot b$

Если $b : x = a$, то $x = b : a$



Исторические сведения

Наш соотечественник аль-Хорезми в своем знаменитом трактате “Краткая книга об исчислении алджабр и алмукабала”, который был первым в истории науки систематическим изложением начала алгебры, в частности, рассматривает уравнения, подобные вышеприведенным.

Само слово алгебра стало общепризнанным наименованием отрасли науки, посвященной также и решению уравнений, благодаря этому трактату аль-Хорезми, в названии которого участвует термин **алджабр**, передаваемый латинскими буквами как алгебра.

335. 1) Какое равенство называется уравнением?

? 2) Что значит решить уравнение? Приведите примеры.

336. Придумайте задачи, соответствующие уравнениям:

- 1) $x + 90 = 140$; 3) $x - 51 = 65$; 5) $100 - x = 30$;
2) $x + x + 34 = 70$; 4) $x + 5x = 60$; 6) $15x - x = 140$.

Решите, составляя уравнение (**327–331**).

337. С площади 30 га собрали 120 т хлопка. Какова урожайность хлопка (в центнерах на 1 га)?

338. У Ходжаакбара, Хуршида и Даврона всего 50 орехов. У Ходжаакбара 12, у Хуршида 20 орехов. Сколько орехов у Даврона?

339. Основание прямоугольника 18 см, а площадь 360 см². Найдите его периметр.

340. Бассейн имеет прямоугольную форму с длиной 24 м, шириной 15 м. Дно собираются облицевать кафелем. Сторона кафельной плитки 20 см. Сколько всего плиток понадобится?

341. От Ташкента до Намангана 432 км. На машине из Ташкента в Наманган добрались за 9 ч, а обратно — за 6 ч. На сколько меньше была скорость на пути из Ташкента в Наманган, чем на обратном пути?

342. Упростите левую часть уравнения и решите его:

- 1) $23 \cdot x + 17 \cdot x = 200$; 3) $66 \cdot y + 34 \cdot y = 400$;
2) $78 \cdot x - 28 \cdot x = 100$; 4) $129 \cdot y - 19 \cdot y = 110$.

343. Найдите решение, подставляя вместо x натуральные числа:

- 1) $(x \cdot x + 29) \cdot 5 = 645$; 3) $x \cdot x + 100 = 164$;
2) $(533 - y \cdot y) : 4 = 121$; 4) $5^3 - y \cdot y = 5^2$.

344. На какое число надо умножить 37, чтобы произведение состояло только из шести шестерок?

345. Периметр прямоугольника равен 80 см, а длина больше ширины на 8 см. Найдите его площадь.

346. Одно число больше другого на 40. Их сумма равна 240. Найдите эти числа.
347. Камолиддин младше Хайруллы на 10 лет, но старше Убайдуллы на 5 лет. Кто из ребят младше всех? На сколько Хайрулла старше Убайдуллы?
348. Дыня легче арбуза на 3 кг, но тяжелее хандаляшки на 4 кг. На сколько хандаляшка легче арбуза?
349. У Аббаса было 300 сумов, у Джемшида — на 40 сумов меньше. Сколько денег должен занять Джемшиду Аббас, чтобы денег у ребят стало поровну?
350. Найдите корни уравнения:
 1) $x : 4 + 45 \cdot 76 = 3\,650$; 3) $y - 30 \cdot 14 = 4\,440 : 40$;
 2) $12\,500 : 25 - x = 25 \cdot 20$; 4) $210 + y = 5\,151 : 17$.



Числовые и буквенные выражения

$$\overset{1}{42} - (\overset{1}{6} \cdot \overset{3}{4} + \overset{2}{32} : \overset{2}{4}) =$$



$$(\overset{1}{42} - \overset{2}{6}) \cdot \overset{4}{4} + \overset{3}{32} : \overset{3}{4} =$$

$$(\overset{1}{42} - \overset{1}{6}) \cdot (\overset{3}{4} + \overset{2}{32}) : \overset{4}{4} =$$

$$(\overset{1}{42} - \overset{1}{6}) \cdot (\overset{4}{4} + \overset{3}{32} : \overset{2}{4}) =$$

Иногда, для того чтобы решить задачу, составляют соответствующее ее смыслу выражение и находят его числовое значение.

Задача 1. Ойтура отправилась на рынок, имея 3 000 сумов. Она купила 4 кг инжира по 240 сумов и 5 кг винограда по 210 сумов за килограмм? Сколько денег осталось у Ойтуры?

Решение.

$240 \cdot 4 = 960$ (сумов) — деньги, уплаченные за инжир,

$210 \cdot 5 = 1\,050$ (сумов) — деньги, уплаченные за виноград,

$240 \cdot 4 + 210 \cdot 5 = 2\,010$ (сумов) — всего за инжир и виноград,
 $3\,000 - (240 \cdot 4 + 210 \cdot 5) = 3\,000 - 2\,010 = 990$ (сумов) — осталось.

Ответ: 990 сумов.

Выражение, соответствующее условию задачи, записывается в виде $3000 - (240 \cdot 4 + 210 \cdot 5)$. Оно состоит из чисел, соединенных знаками действий и заключенных в скобки.

Запись, состоящая из чисел, соединенных знаками действий, называется **числовым выражением**.

Скобок в числовом выражении может и не быть.

Выражение, составленное выше, можно также записать и без скобок в виде $3\,000 - 240 \cdot 4 - 210 \cdot 5$.

Числовое значение выражения — это число, полученное в результате выполнения **указанных в выражении действий**.

С порядком выполнения действий в числовом выражении вы познакомились в IV классе.

Для вышеприведенного выражения порядок действий таков:

4 1 3 2
3 1 4 2

1) $3000 - (240 \cdot 4 + 210 \cdot 5)$; 2) $3\,000 - 240 \cdot 4 - 210 \cdot 5$.

В выражении, соответствующем задаче, могут также участвовать и **буквы**.

Задача 2. У Мухаммаджона было 200 сумов, а у Динары — на k сумов больше. Сколько денег было у ребят?

Решение. 1-й вопрос. Сколько денег у Динары?

$200 + k$ (сумов).

2-й вопрос. Сколько денег было у ребят?

$200 + 200 + k = 400 + k$ (сумов) — искомое выражение.

Ответ: У ребят было $400 + k$ сумов.

В выражении $400 + k$ участвуют число, знак “+” и буква k . Такое выражение называется **буквенным выражением**.

Если, например, $k = 300$, то $400 + k = 400 + 300 = 700$ (сумов).

Числовое значение буквенного выражения — это числовое значение выражения, полученного в результате замены букв числами.

Пример 1. Найдите числовое значение буквенного выражения $P = 2 \cdot (a + b)$ при $a = 3$, $b = 5$.

Решение. $P = 2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 8 = 16$. Ответ: $P = 16$.

Пример 2. Чему равно числовое значение выражения $S = ab$, если $a = 8$ и $b = 10$?

Решение. $S = 8 \cdot 10 = 80$. Ответ: $S = 80$.

Пример 3. Чему равна сумма $2\,000 \cdot a + 2\,007$ при $a = 0$.

Решение. $2\,000 \cdot 0 + 2\,007 = 0 + 2\,007 = 2\,007$. Ответ: $2\,007$.

351. 1) Что называется числовым выражением?

2) Что понимают под числовым значением числового выражения?

3) Что называется буквенным выражением?

4) Как из буквенного выражения получается числовое?

352. Найдите числовое значение выражения:

1) $679 + 1\,719 : 9 \cdot 3$; 3) $16\,101 - (654 - 554) \cdot 32 + 477$;

2) $19 \cdot (197 - 134) : 7$; 4) $11\,304 + (457 - 257) \cdot 17 - 634$.

353. Найдите числовое значение выражения:

1) $a \cdot h : 2$, при $a = 10$, $b = 8$;

2) $a \cdot b \cdot c$, при $a = 5$, $b = 4$; $c = 6$.

354. Сравните значения числовых выражений:

1) $(675 + 791) + (791 - 675)$ и $2 \cdot 791$;

2) $(2\,007 + 627) + (2\,007 - 627)$ и $2 \cdot 2\,007$;

3) $(444 + 367) + (444 - 367)$ и $2 \cdot 444$;

4) $(10\,734 + 6\,345) + (10\,734 - 6\,345)$ и $2 \cdot 10\,734$.

Какой вывод можно сделать?

355. Найдите числовое значение выражения:

1) $(a + b) \cdot h : 2$, при $a = 4$, $b = 8$; $h = 7$;

2) $a^2 \cdot b$, при $a = 3$, $b = 5$;

3) $(a - b) \cdot c$, при $a = 15$, $b = 9$; $c = 12$;

4) $a^3 : b$, при $a = 4$, $b = 8$.

 356. Заполните таблицу:

a	143				57	
$(2\ 007 + a) : 43$		70		55		
$(2\ 007 - a) \cdot 34$			15\ 130			48\ 756

 357. Проверьте на примерах справедливость равенства $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$. Вычислите с его помощью:

1) $17^2 - 8^2$; 2) $859^2 - 141^2$; 3) $2\ 007^2 - 7^2$.

 358. Запишите в виде числового выражения и вычислите:

- 1) сумму выражений $74 + 56$ и $65 - 42$;
- 2) разность выражений $450 : 15$ и $441 : 21$;
- 3) произведение выражений $236 - 196$ и $288 : 12$;
- 4) частное от деления суммы $504 + 1\ 836$ на $216 : 12$.

 359. Составьте выражение и вычислите:

- 1) Какое число надо прибавить к произведению 34 и 7, чтобы получить 104?
- 2) Какое число надо прибавить к 50, чтобы получить частное от деления 12\ 104 на 178?
- 3) Какое число надо прибавить к 456, чтобы получить произведение чисел 45 и 18?
- 4) Какое число надо вычесть из 768, чтобы получить частное от деления 9\ 499 на 23?

 360. Найдите значение числового выражения:

- 1) $2a(b + c)$, при $a = 5$, $b = 4$; $c = 6$;
- 2) $a(b + c) : 2$, при $a = 10$, $b = 3$; $c = 7$.

 361. Составьте числовое выражение и вычислите:

- 1) сумму квадратов чисел 25 и 12;
- 2) разность квадратов чисел 20 и 16;
- 3) сумму кубов чисел 5 и 4;
- 4) разность кубов чисел 9 и 6.

25



Примеры и задачи на четыре действия над натуральными числами

362. Выполните действия:

- 1) $34 \cdot 809 - 1\,218 : (1\,866 - 24 \cdot 27)$;
- 2) $68 \cdot 504 + 403\,200 : (7\,974 - 86 \cdot 81)$;
- 3) $48 \cdot 204 - 50\,200 : (1\,488 - 29 \cdot 34)$;
- 4) $81 \cdot 109 + 24\,200 : (1\,866 - 41 \cdot 16)$.

363. После того как пешеход, вышедший из села A , прошел 4 км, следом за ним выехал всадник. Скорость всадника в 3 раза больше скорости пешехода. На каком расстоянии от села A всадник догонит пешехода?

364. Выполните действия:

- 1) $(7\,380 + 3\,690 \cdot 208) : 1\,845 + 124\,476 : (39\,832 - 39\,326)$;
- 2) $(3\,648\,096 : 34416 - 53) \cdot 185 - (2\,025 : 45 + 7\,225 : 85) \cdot 74$;
- 3) $(17 \cdot 92 + 34 \cdot 4) : 85 + (48 \cdot 108 - 24 \cdot 16) : 32$;
- 4) $(514\,500 : 750 + 9450 : 45) \cdot 25 - (546\,078 : 13 - 818\,181 : 27)$.

365. Три фирмы вместе произвели 76 800 м ткани. Первая фирма продала 11 360 м, вторая — 12 480 м, третья — 8 020 м ткани. После этого ткани у них осталось поровну. Сколько метров ткани произвела каждая фирма?

366. В первом сосуде было в 2 раза больше масла, чем во втором. После того, как из первого сосуда отлили 20 л, а из второго 80 л, в обоих сосудах осталось всего 170 л. Сколько масла было в каждом сосуде?

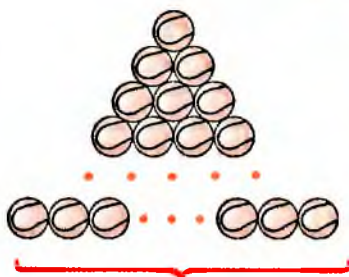
367. Сумма трех чисел равна 850. Второе число больше первого в 4 раза, но меньше третьего в 3 раза. Найдите эти числа.

368. Подклеить 6 000 книг из библиотеки поручили ученикам 4-х, 5-х и 6-х классов. По отдельности эту работу ученики 4-х классов выполняют за 30 дней, ученики 5-х классов — за 15 дней, 6-х классов — за 10 дней. За сколько дней выполнят работу все учащиеся всех классов, работая вместе?

- 369.** Разделите кусок проволоки длиной 120 м на две части так, чтобы длина первого куска была на 34 м больше длины второго.
- 370.** Расстояние между Ташкентом и Термезом 708 км. Из этих городов навстречу друг другу выехали два автомобиля. Скорость машины из Ташкента 65 км/ч, второй — 56 км/ч. Проехав 260 км, первая машина встретила вторую. Которая из машин выехала раньше и на сколько часов раньше?
- 371.** У Хамидуллы и Мамуры вместе 1 400 сумов. После того как Хамидулла дал Мамуре 100 сумов, денег у них стало поровну. Сколько денег было у каждого из ребят первоначально?
- 372.** Найдите сумму всех трехзначных чисел, составленных без повторений из цифр 1, 2, 3.
- 373.** Найдите разность чисел: $a4bc2 - a2bc4$. Разные буквы обозначают разные цифры.
- 374.** Замените знак вопроса «?» подходящими числами:
- 1) $1\ 800 \rightarrow ? \rightarrow 21\ 600 \xrightarrow{+?} 30\ 000 \xrightarrow{:?} 200 \xrightarrow{-?} 73$
- 2) $\boxed{?} \xrightarrow{:5} \boxed{240} \xrightarrow{4} \boxed{?} \xrightarrow{-360} \boxed{?} \xrightarrow{+400} \boxed{?}$
- 375.** Сколько всего мячей, если в первом ряду их 20, а в каждом следующем на один меньше (рис.17)?
- 376.** Со скоростью 60 км/ч машина двигалась 4 ч, со скоростью 70 км/ч — 5 ч. Какой путь она прошла?
- 377.** Расстояние от Ташкента до Нукуса 1 255 км, до Андижана на 778 км меньше, расстояние до Бухары на 139 км меньше, чем до Андижана. Найдите сколько километров от Ташкента до Бухары.

378. Длина прямоугольника в 2 раза больше его ширины, периметр равен 36 дм. Найдите длину сторон и площадь этого прямоугольника.

379. В фермерском хозяйстве всего 920 голов уток и кроликов, но же у них 2 120. На сколько в хозяйстве больше уток, чем кроликов?



20 мячей

Рис. 17.

380. Найдите сумму всех двузначных чисел, которые при делении на 8 дают в остатке 5.

381. 1) Высота футбольных ворот 2 м 40 см. Хоккейные ворота в 2 раза ниже. Найдите высоту хоккейных ворот.

2) Ширина футбольных ворот 7 м 30 см. Ширина хоккейных на 5 м 50 см меньше. Найдите ширину хоккейных ворот.

Выполните действие (382–383):

382. 1) $(8\,345 + 655) : 150 \cdot 13 - 1\,000 : (48 \cdot 3 + 56)$;

2) $91\,836 : 18 + 4 \cdot (8\,406 : 9 - 1\,422 : 3)$;

3) $(450 \cdot 316 + 450 \cdot 684) : 750 + (240 \cdot 543 - 240 \cdot 243) : 360$;

4) $220 \cdot (1\,247 - 347) + (30\,045 : 15 + 3\,204 : 36) \cdot 25$.

383. 1) $(702 \cdot 52 - 604 \cdot 26) : 80 + (1\,836 : 36 + 3\,672 : 72) \cdot 15$;

2) $(256 \cdot 407 - 33\,078 : 298) : 37 + 34\,125 : 375 - 91$;

3) $1\,600\,731 : (5\,163 - 356) + (97\,548 + 69\,432) : (16\,400 - 15\,388)$; 4) $(246\,535 - 85\,897) : 1\,306 - (1\,067\,154 : 4\,807 - 111)$.

$$100 \cdot 99 - 100 \cdot 97 + \\ + 101 \cdot 95 - 101 \cdot 93 + \\ + 102 \cdot 92 - 102 \cdot 90 = ?$$



Кто
быстрее?



$$99 \cdot 47 + 99 \cdot 53 + \\ + 98 \cdot 41 + 98 \cdot 59 + \\ + 103 \cdot 83 + 103 \cdot 17 = ?$$

Тест

3

Проверь себя!

- Длина поезда 800 м. Мимо столба он проезжает за 40 секунд. Найдите скорость поезда.
A) 30 м/с; B) 15 м/с; C) 25 м/с; D) 20 м/с.
- Вычислите: $56 \cdot 204 : 12$.
A) 952; B) 932; C) 820; D) 5 992.
- Вычислите: $21 \cdot 17 - 18 \cdot 17 + 17 \cdot 15 - 15 \cdot 14 + 18 \cdot 13 - 15 \cdot 13$.
A) 125; B) 135; C) 205; D) 180.
- Какое равенство соответствует делению с остатком?
A) $29 = 6 \cdot 5 - 1$; C) $29 = 4 \cdot 5 + 9$;
B) $29 = 5 \cdot 5 + 4$; D) $29 = 3 \cdot 5 + 14$.
- На какое число надо разделить 358, чтобы в неполном частном получилось 17, а в остатке 1?
A) 19; B) 21; C) 22; D) 20.
- При делении 215 на 19 в остатке получилось 6. Найдите неполное частное.
A) 13; B) 12; C) 9; D) 11.
- Найдите значение выражения: $(2^3 - 2^2) \cdot (4^2 - 15)$.
A) 16; B) 23; C) 15; D) 4.
- Ширина прямоугольника 7 см, длина на 3 см больше. Найдите его периметр.
A) 22 см; B) 20 см; C) 34 см; D) 30 см.
- Найдите сторону квадрата, площадь которого равна площади прямоугольника со сторонами 25 см и 16 см.
A) 36 см; B) 28 см; C) 20 см; D) 18 см.
- Решите уравнение: $94 - 2x = 14$.
A) 45; B) 55; C) 40; D) 54.
- Найдите значение числового выражения: $15 - 9 : 3 + 4 \cdot 3$.
A) 24; B) 18; C) 48; D) 6.

§ 4. Делимость натуральных чисел

26



Делители и кратные числа. Четные и нечетные числа



- Делится ли четное число на нечетное?
 - Нечетное число на нечетное?
 - Четное число на четное?
 - Нечетное число на четное?
- Можете найти примеры?

1. Делители и кратные числа. В равенстве $24 : 6 = 4$ число 24 — делимое, 6 — делитель, 4 — частное.

Если число m делится на n без остатка, то число m называется **кратным числа n** , а число n — **делителем числа m** .

Число 24 делится на 6 без остатка, значит, 24 кратно 6. Выпишем все натуральные делители числа 24:

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Ясно, что число 24 кратно каждому из своих делителей.

Число 1 кратно 1. Число 0 кратно каждому натуральному числу k , так как 0 делится на любое число, отличное от 0: $0 : k = 0$, ($k \neq 0$).

Например, для того чтобы найти числа, кратные 2, надо умножить 2 на числа 1, 2, 3, ... **2, 4, 6, 8, 10, ... — числа кратные 2.**

2. Четные и нечетные числа.

Числа, кратные 2, называются **четными числами**.

Число 0 считается четным числом.

0, 2, 4, 6, 8, 10, ... — четные числа.

Последняя цифра четного числа 0, 2, 4, 6 или 8.

Числа, которые не делятся на 2, называются **нечетными**.

1, 3, 5, 7, 9, 11, ... — нечетные числа.

Последняя цифра нечетного числа
1, 3, 5, 7 или 9.

Ряд натуральных чисел начинается с нечетного числа 1. Затем за 1 следуют попеременно четные и нечетные числа.

- 384.** 1) Что такое кратное числа? Делитель числа?
(?) 2) Сколько делителей у числа 17? А кратных?
3) Какое число называется четным? Нечетным?
Назовите их последние цифры.
- 385.** 1) Как идут в натуральном ряду четные и нечетные числа?
2) Чему равна разность между соседними четными числами? Соседними нечетными?
3) Какие числа останутся в натуральном ряду после удаления всех четных чисел? Нечетных?
- 386.** Запишите все делители следующих чисел:
1) 30; 2) 19; 3) 36; 4) 54; 5) 59; 6) 95.
- 387.** Отделите четные решения неравенства от нечетных:
1) $23 < x < 34$; 3) $104 < y < 115$; 5) $46 \leq z \leq 57$;
2) $34 < x \leq 43$; 4) $121 \leq y < 135$; 6) $157 \leq z \leq 166$.
- 388.** Верны ли следующие высказывания:
1) 91 кратно 7;
2) 12 — делитель 1248;
3) 1766 не кратно 17;
4) 29 не является делителем 608?
- 389.** Найдите все общие делители следующих чисел:
1) 36 и 24; 2) 15 и 48; 3) 18 и 42; 4) 76 и 57.
- 390.** Какие из чисел 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20 будут делителями 9, 10, 12, 15, 18, 20? Запишите их по отдельности.

27



Свойства делимости чисел



Подсчитай: 1) $(724 + 230) : 18 =$

2) $(831 - 39) : 24 =$

— Будет ли делиться на число каждое слагаемое, если сумма делится на это число?

— Будет ли делиться на число сумма (или разность), если ни одно из слагаемых (или вычитаемых) не делится на это число? Проверь на примерах.

Пример 1. 28 делится на 4, так как $28 = 4 \cdot 7$; тогда произведение делится на 4, так как $28 \cdot 13 = (4 \cdot 7) \cdot 13 = 4 \cdot (7 \cdot 13)$.

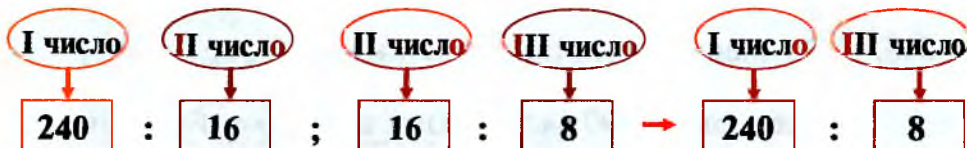
Свойство 1:

Произведение делится на число, если хотя бы один из множителей делится на это число.

Пример 2. 240 делится на 16, так как $240 = 16 \cdot 15$; число 16 делится на 8 так как $16 = 8 \cdot 2$. Тогда 240 также делится на 8, так как $240 = 8 \cdot 30$.

Свойство 2:

Если первое число делится на второе и второе число делится на третье, то и первое число делится на третье.



Пример 3. Число 360 делится на 12, так как $360 = 12 \cdot 30$; число 96 также делится на 12, так как $96 = 12 \cdot 8$.

Делятся ли числа $360 + 96$ и $360 - 96$ на 12? Определим это:

$$360 + 96 = 12 \cdot 30 + 12 \cdot 8 = 12 \cdot (30 + 8) = 12 \cdot 38;$$

$$360 - 96 = 12 \cdot 30 - 12 \cdot 8 = 12 \cdot (30 - 8) = 12 \cdot 22.$$

Следовательно, сумма и разность делятся на 12.

Свойство 3:

Если из двух натуральных чисел каждое делится на некоторое число, то и сумма и разность этих чисел делятся на него же.

Пример 4. Число 280 делится на 14, так как $280 = 14 \cdot 20$; число 30 не делится на 14. Тогда числа $280 + 30 = 310$ и $280 - 30 = 250$ также не делятся на 14 (см. свойство 4).



Головоломка

$$\begin{array}{l} 111 : 1 - 11 : 1 = \\ 222 : 2 - 22 : 2 = \\ 333 : 3 - 33 : 3 = \end{array} \quad \mathbf{100}$$

Продолжай! Найди новые!

$$\begin{array}{r} 310 \overline{) 14} \\ \underline{28} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 2 \end{array}$$

2 (остаток)

$$\begin{array}{r} 250 \overline{) 14} \\ \underline{14} \\ 110 \\ \underline{98} \\ 12 \end{array}$$

12 (остаток)

Свойство 4:

Если одно число делится на некоторое число и второе число не делится на это число, то сумма и разность этих чисел не делятся на это число.

Пример 5. 124 не делится на 10, 34 не делится на 10, но разность $124 - 34 = 90$ делится на 10.

Пример 6. 248 не делится на 5, 112 не делится на 5, но сумма этих чисел $248 + 112 = 360$ делится на 5.



401. 1) Будет ли произведение делиться на число, если один из множителей делится на это число?
 2) Если одно число делится на второе, второе — на третье, то будет ли первое число делиться на третье?
 3) Будет ли сумма двух натуральных чисел делиться на число, если каждое слагаемое делится на это число? А разность?

402. Каждое из слагаемых делится на 18. Будет ли их сумма делиться на 2, 3, 6, 9, 18? Сделайте вывод.

- 403.** Известно, что некоторое число делится на 2. Будет ли оно делиться на 4? Рассмотрите примеры.
- 404.** Почему выражение делится на данное число:
- | | |
|----------------------------|------------------------------------|
| 1) $54 + 27$ на 9; | 4) $9 \cdot a + 9 \cdot b$ на 9; |
| 2) $77 - 55$ на 11; | 5) $5 \cdot 33 - 13 \cdot 3$ на 3; |
| 3) $39 \cdot a$ на 3 и 13; | 6) $45 \cdot b$ на 3, 9 и 15. |
- 405.** Вычислите:
- | | |
|------------------------|-------------------------|
| 1) $(118 + 232) : 2$; | 3) $(225 + 125) : 25$; |
| 2) $(707 - 497) : 7$; | 4) $(630 - 306) : 6$. |
- 406.** Делится ли сумма чисел 16, 24 и 28 на 4? на 8?
- 407.** Объясните, почему верны равенства:
1) $(7 \cdot a + 7 \cdot b) : 7 = a + b$; 2) $(a \cdot b + a \cdot c) : a = b + c$
где a, b, c — натуральные числа.
- 408.** У двух ребят поровну монет. У одного монеты достоинством 5 сумов, у второго — 10 сумов. У обоих ребят вместе 105 сумов. По сколько монет у каждого?
- 409.** Пусть a делится на b , и c — произвольное натуральное число, тогда произведение $a \cdot c$ делится на $b \cdot c$. Проверьте.
- 410.** Делится ли разность $96 - 36$ на 16, на 18; на 10; на 12? Ответ объясните.
- 411.** 84 кратно 21. Будет ли 84 делиться на делители числа 21?
- 412.** Не выполняя действий, покажите, что:
- | |
|---|
| 1) $10\,000 + 1\,000 + 100 + 10$ делится на 10; |
| 2) $3 \cdot 40 + 7 \cdot 160 + 13 \cdot 200$ делится на 20. |
- Выводы проверьте непосредственным делением.
- 413.** Делится ли сумма $100 \cdot a + 10 \cdot b + 5$ на 2? На 5? На 10?
- 414.** Вычислите:
- | | |
|-------------------------|-----------------------------|
| 1) $(220 + 300) : 10$; | 3) $(1\,200 + 700) : 100$; |
| 2) $(542 - 254) : 2$; | 4) $(240 - 180) : 60$. |

28

**Признаки делимости чисел.****Признаки делимости чисел на 10, на 5 и на 2**

- Делятся ли на 5 числа, которые делятся на 10?
 - Делятся ли на 10 числа, которые делятся на 5?
 - Делятся ли на 5 числа, которые делятся на 2?
 - Делятся ли на 2 числа, которые делятся на 5?
- Сумеете сделать вывод? Приведите примеры.

Правило, позволяющее определить, делится ли некоторое число на заданное число, называется **признаком делимости**.

1. Признак делимости на 10.

Пример 1. 2 350 делится на 10, так как это число можно записать в виде $2\,350 = 235 \cdot 10$. Число 1 236 не делится на 10, так как $1\,236 = 1\,230 + 6$ и в этой сумме одно из слагаемых делится на 10, но другое не делится на 10.

Если число оканчивается цифрой 0, то оно делится на 10; если число оканчивается любой другой цифрой, кроме 0, то оно не делится на 10.

Натуральные числа, кратные 10**10, 20, 30, ...****2. Признак делимости на 5.**

Пример 2. 120 делится на 5, так как $120 = 12 \cdot 10$, а 10 делится на 5; $10 = 2 \cdot 5$, следовательно, в соответствии свойства 2 число 120 делится на 5.

Число 225 также делится на 5, так как $225 = 200 + 25$. Здесь каждое слагаемое делится на 5 и следовательно в соответствии свойства 3 число 225 также делится на 5.

Число 121 не делится на 5, так как $121 = 120 + 1$; в этой сумме первое слагаемое делится на 5, а второе не делится на 5.

Следовательно, в соответствии свойства 4 число 121 не делится на 5.

Если число оканчивается цифрами **0** или **5**, то оно делится на **5**.

Если число оканчивается любой другой цифрой, кроме **0** или **5**, то оно не делится на **5**.

Натуральные числа, кратные 5



5, 10, 15, ...

3. Признак делимости на 2.

Если число оканчивается цифрами **0, 2, 4, 6** или **8**, то оно делится на **2**, то есть является четным.

Натуральные числа, кратные 2



2, 4, 6, ...

Если число оканчивается цифрами **1, 3, 5, 7** или **9**, то оно не делится на **2**, то есть является нечетным.

Пример 3. 320, 112, 804, 246, 2 038 — четные числа, следовательно эти числа делится на 2.

211, 413, 215, 517, 209 — нечетные числа, следовательно эти числа не делится на 2.



415. 1) Что такое признак делимости?

2) Какие числа делятся на 10, 5, 2.

Поясните на примерах.

416. Приведите по 4 трехзначных числа, делящихся на:

1) 2, 2) 5, 3) 2 и 5.

417. Которое из чисел 58, 125, 180, 462, 1 020 и 2 725 делится:

1) на 2, на 5, на 10?

2) на 2, но не делится на 5?

3) на 5, но не делится на 2?

418. Делится ли произведение $51 \cdot 52 \cdot 53 \cdot 54 \cdot 55 \cdot 56 \cdot 57$ на 10?
На 9?

- 419.** Частное от деления числа a на 2 равно 15. Покажите, что это число делится на 5 и на 10?
- 420.** Составьте из цифр 2, 5 и 7, не повторяя их, все трехзначные числа, которые кратны: 1) 2; 2) 5.
- 421.** 1) Для того чтобы число делилось на 4, достаточно, чтобы на 4 делилось число, составленное с сохранением порядка, из двух его последних цифр.
Пример. 1 936 делится на 4, так как на 4 делится число 36, взятое из последних 2 цифр в записи числа ($36 = 4 \cdot 9$), следовательно, число 1 936 также делится на 4.
- 422.** 1) Можно ли составить из цифр 1, 3, 5 и 7; 2) 2, 0, 7 и 9, не повторяя их, трехзначные и четырехзначные числа, которые делятся на 2, на 5, на 10. Выпишите их. Объясните ответы.
- 423.** 1) Какой цифрой оканчиваются последние две цифры произведения $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11$? Кратно ли это произведение 100? 99?
- 424.** Сколько чисел от 1 до 100 не кратны 2 и 5?
- 425.** Какой цифрой оканчивается четное число, кратное 5? На какое число оно обязательно делится?
- 426.** Обратите внимание на последние две цифры числа, делящегося на 100. Попробуйте сформулировать признак делимости на 100 и запишите в тетрадь.
- 427.** Запишите наибольшее и наименьшее четырехзначные числа, которые делятся на 2 и на 5.
- 428.** Сформулируйте признак делимости на 25, обратив внимание на последние 2 цифры числа, кратного 25.
- 429.** Запишите по 4 пятизначных числа, делящихся на 2, 5 или 10.
- 430.** Найдите среди решений числа, кратные 2, 5, 10:
1) $34 < x < 53$; 3) $115 < x \leq 132$; 5) $404 \leq x \leq 438$.
2) $75 \leq x < 95$; 4) $144 < x < 170$; 6) $620 < x \leq 635$.

29



Признаки делимости чисел на 9 и на 3



Верны ли высказывания:

- Нечетные числа кратны 3; 9.
- Числа, оканчивающиеся 3, делятся на 3.
- Числа, оканчивающиеся 9, делятся на 9.

Объясните на примерах.

1. Признак делимости на 9.

Если сумма цифр числа делится на 9, то и само число делится на 9.

Если сумма цифр числа не делится на 9, то и само число не делится на 9.

Натуральные числа, кратные 9



9, 18, 27, ...

Пример 1. 3 258 делится на 9, так как сумма его цифр $3 + 2 + 5 + 8 = 18$ делится на 9: $18 = 9 \cdot 2$.

Следовательно, число 3 258 также делится на 9.

Действительно, представим число 3 258 в виде суммы разрядных единиц:

$$3\,258 = 3 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8 \cdot 1 = 3 \cdot (999 + 1) + 2 \cdot (99 + 1) + 5 \cdot (9 + 1) + 8 = (3 \cdot 999 + 2 \cdot 99 + 5 \cdot 9) + (3 + 2 + 5 + 8).$$

Очевидно, что каждое слагаемое в первой скобке делится на 9. Сумма во второй скобке состоит из суммы цифр числа 3 258 и равна 18. Это число делится на 9. Следовательно, суммы в обеих скобках делятся на 9.

Пример 2. 735 не делится на 9, так как нарушено необходимое условие делимости на 9, т.е. число $7 + 3 + 5 = 15$ не делится на 9. Действительно,

$$735 = 7 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 1 = 7 \cdot (99 + 1) + 3 \cdot (9 + 1) + 5 = \\ = (7 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (7 + 3 + 5).$$

Сумма $7 \cdot 99 + 3 \cdot 9$ делится на 9, но сумма $7 + 3 + 5 = 15$ не делится на 9. Следовательно, согласно свойства 4, данное число также не делится на 9.

2. Признак делимости на 3.

Если сумма цифр числа делится на 3, то и само число делится на 3.

Если сумма цифр числа не делится на 3, то и само число не делится на 3.

Натуральные числа, кратные 9



3, 6, 9, ...

Пример 3. 1 938 делится на 3, так как $1 + 9 + 3 + 8 = 21$ делится на 3. Действительно,, $1\,938 = 1 \cdot 1\,000 + 9 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 8 \cdot 1 = 1 \cdot (999 + 1) + 9 \cdot (99 + 1) + 3 \cdot (9 + 1) + 8 = (1 \cdot 999 + 9 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (1 + 9 + 3 + 8)$.

Очевидно, что сумма $(1 \cdot 999 + 9 \cdot 99 + 3 \cdot 9)$ делится на 9 и, следовательно, на 3, так как $9 = 3 \cdot 3$; также, $1 + 9 + 3 + 8 = 21$ делится на 3, так как $21 = 7 \cdot 3$. Так как сумма в каждой скобке делится на 3, то, согласно свойства, 3, их сумма также делится на 3.

Пример 4. 151 не делится на 3, так как сумма его цифр $1 + 5 + 1 = 7$ не делится на 3.

Действительно, $151 = 1 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 1 = 1 \cdot (99 + 1) + 5 \cdot (9 + 1) + 1 = (1 \cdot 99 + 5 \cdot 9) + (1 + 5 + 1)$, здесь первое слагаемое $1 \cdot 99 + 5 \cdot 9$ делится на 3, но второе слагаемое $1 + 5 + 1 = 7$ на 3 не делится, откуда и следует, что 151 не делится на 3 (4-е свойство делимости чисел).

- 431.** 1) Сформулируйте признаки делимости на 9 и на 3. Приведите примеры
2) Делится ли на 9 число, которое делится на 3? Делится ли на 3 число, которое делится на 9? Сделайте вывод.

432. Среди чисел, меньших 100, найдите все числа, которые оканчиваются на 3 и делятся на 3.

433. Делятся ли числа 363, 454, 2 340, 5 463 на 3? На 9? Почему?
434. Не выполняя деления, определите, будут ли делиться на 9 следующие числа:
1) 4 950; 3) 45 321; 5) 456 123;
2) 2 271; 4) 28 017; 6) 381 654.
435. Будет ли делиться сумма цифр числа на 3; на 9, если число делится на 3; на 9 с остатком?
436. Какие из чисел 1 485; 8 760; 42 033; 27 705; 50 130; 82 440; 37 461 делятся на 2, на 3, на 5, на 9? Какие из них делятся на 3, но не делятся на 9?
437. На какие еще числа делятся числа, кратные: 1) 2 и 3; 2) 2 и 5; 3) 2 и 9; 4) 5 и 9? Рассмотрите примеры.
438. Трехзначное число, первая цифра которого 8, делится на 5 и на 2, но не делится на 9. Найдите это число.
439. Найдите трехзначные числа, 2-я цифра которых 4 и которые делятся на 9 и на 2, но не делятся на 5.
440. Замените буквы a и b такими цифрами, чтобы число $4a3b1$ делилось: 1) на 9; 2) на 3. Найдите все возможные решения.
441. Среди решений неравенств найдите числа, кратные 9:
1) $453 < x < 500$; 3) $35 \leq y < 70$; 5) $44 < z \leq 72$;
2) $120 < x < 170$; 4) $81 < y \leq 99$; 6) $63 \leq z \leq 117$?
442. Воспользовавшись признаками делимости на 2, 3, 5 или 9, найдите делители следующих чисел:
1) 7 236; 2) 82 740; 3) 74 961; 4) 47 199?
443. Замените звездочку такой цифрой, чтобы:
1) число $(471 + 2 \cdot 3)$ было наименьшим и кратным 3;
2) число $(741 + 2 \cdot 4)$ было наибольшим и кратным 9.



При каких значениях цифр a и b делятся на 9 числа $6a3b0$, $57a6b$?

- 444.** Будет ли делиться: 1) на 6 четное число, сумма цифр которого делится на 3? 2) на 12 число, кратное 3 и 4? Сделайте вывод.



Исторические сведения

Наш великий соотечественник Ибн Сина (980 – 1037), известный на Западе как Авиценна, автор “Канона медицины” посвятил математике страницы своей “Книги знаний”.

Приведем несколько примеров из этой книги.

Если при делении числа на 9:

– остаток равен 1 или 8, то квадрат этого числа при делении на 9 дает остаток 1;

– остаток равен 2 или 7, то квадрат этого числа при делении на 9 дает остаток 4;

– остаток равен 4 или 5, то квадрат этого числа при делении на 9 дает остаток 7.

– остаток равен 3 или 6, то квадрат этого числа делится на 9 без остатка.

Убедитесь на примерах в справедливости этих выводов.



30



Простые и составные числа



- Может ли быть простым числом сумма четного и нечетного числа? Сумма двух нечетных чисел?
- Будет ли составным числом сумма трех последовательных натуральных чисел? На какое простое число всегда делится эта сумма?

Каждое натуральное число, больше 1, всегда имеет, по крайней мере, два делителя, именно 1 и самого себя.

$$n : 1 = n; \quad n : n = 1.$$

У натурального числа 1 только один делитель, это оно само:

$$1 : 1 = 1.$$

Например, числа 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... имеют только по 2 делителя: 1 и самого себя.

$$2 : 1 = 2; \quad 2 : 2 = 1; \quad 13 : 1 = 13; \quad 13 : 13 = 1.$$

У числа 12 делителей больше двух – это числа 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Числа, у которых только 2 делителя (1 и само это число), называются простыми числами.



Первое наименьшее простое число – 2.



Все остальные простые числа нечетны.



2 – четное простое число.



Простых чисел бесконечно много.



Простые числа, меньше 30:
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

Числа, больше 1 и не являющиеся простыми, называются составными числами.



Составных чисел бесконечно много.



Делители числа 30:
1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30



Каждое составное число имеет еще делителей кроме 1 и само это число.

Число 1 не является ни простым, ни составным.

- 445.** 1) Какие числа называются простыми?
2) Какие числа называются составными?
3) Какое число не является ни простым, ни составным?

446. Запишите делители чисел 58, 60, 88, 121, 196.

447. Почему эти произведения — составные числа:

- 1) $490 \cdot 33$; 2) $65 \cdot 29$; 3) $27 \cdot 24$; 4) $105 \cdot 17$?

448. Найдите простые числа, которые являются решениями неравенства:

- 1) $45 < x < 90$; 3) $25 < z \leq 73$; 5) $34 \leq z < 62$;
2) $28 < y < 60$; 4) $47 \leq k \leq 80$; 6) $59 \leq k \leq 83$.

449. Используя признаки делимости, покажите, что числа:

- 1) 708; 2) 873; 3) 3 302; 4) 8 415; 5) 111 111 — составные.

450. При каких значениях a произведение $83 \cdot a$ будет:

- 1) простым числом; 2) составным числом?

451. В поезде 936 пассажиров, из них мужчин в 7 раз больше, а женщин в 5 раз больше, чем детей. Сколько женщин в поезде?

452. Совершенным называется число, сумма натуральных делителей которого, за исключением самого числа, равна этому числу. Например, число 6 — совершенное. Действительно, $6 = 1 + 2 + 3$. Будут ли совершенными числа 28, 496? Проверьте.

453. Сколько простых чисел меньше 100? Определите это самостоятельно.

454. Какие из чисел 17; 22; 31; 35; 41; 47; 222; 241; 308 и 312 простые? Какие составные? Обоснуйте выводы.

455. Найдите решения, являющиеся составными числами:

- 1) $10 < x < 18$; 3) $34 < z \leq 42$; 5) $41 \leq z < 59$;
2) $23 \leq y < 34$; 4) $24 \leq k \leq 32$; 6) $60 \leq k \leq 79$.

Есть ли среди них четные кратные 3, 9?

456. Запишите: 1) четыре трехзначные числа, кратные 2; 3; 4; 6;
2) три четырехзначные числа, кратные 5; 10; 25; 100.



Разложение натуральных чисел на простые множители

Делителями числа 18 являются: 1, 2, 3, 6, 9, 18. Среди делителей 2 и 3 — простые числа. Их называют **простыми делителями** числа 18. Если делитель некоторого натурального числа n является простым числом, то его называют **простым делителем**.

Любое составное число можно выразить в виде произведения простых делителей этого числа.

$$\begin{aligned} \text{Например, } 18 &= 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2; & 36 &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2; \\ 26 &= 2 \cdot 13; & 54 &= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^3. \end{aligned}$$

Правая часть этих равенств является **разложением на простые множители** чисел 18, 26; 36, 54.

Если составное число представлено в виде произведения своих простых делителей или степеней простых множителей, то говорят, что это составное число **разложено на произведение простых множителей**.

Пример. Разложите число 60 на простые множители.

Решение. 1-й способ. Разложим число 60 на простые множители:

1-й шаг. 60 делится на простое число 2: $60 : 2 = 30$.

2-й шаг. 30 делится на простое число 2: $30 : 2 = 15$.

3-й шаг. 15 делится на простое число 3: $15 : 3 = 5$.

4-й шаг. 5 делится на простое число 5: $5 : 5 = 1$.

Следовательно, $60 = 2 \cdot 30 = 2 \cdot 2 \cdot 15 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$.

Обычно процесс решения кратко пишут так:

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$



Таким образом,
разложение числа 60 на
простые множители
будет
 $60 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$.

2-й способ. 60 выразим в виде произведения двух сложных чисел.

$$60 = 4 \cdot 15$$

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

Составное число **60** имеет **12** делителей:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.

- 457.** 1) Как разложить простое число в произведение простых множителей? Приведите примеры.
2) Можно ли разложить любое составное число в произведение простых множителей?
- 458.** Разложите на простые множители числа 28, 44, 64, 75, 49 и 81.
- 459.** Найдите простые делители каждого из чисел 2 240, 2 178, 7 272 и 8 049.
- 460.** Разложите 4 000 и 10 400 в произведение простых множителей. Какие простые числа есть среди делителей этих чисел и сколько раз повторяются они в разложении простых множителей?
- 461.** Запишите все делители числа a :
1) $a = 2 \cdot 5 \cdot 7$; 2) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$.
- 462.** Какими числами можно заменить звездочки:
1) $225 = 3 \cdot 3 \cdot * \cdot 5$; 3) $210 = * \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$;
2) $308 = 2 \cdot * \cdot 7 \cdot 11$; 4) $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot *$?
- 463.** Можно ли сказать, делится ли число a на число b , зная их разложения в произведения простых множителей? Поясните на примерах и сделайте вывод.
- 464.** При каких значениях n числа:
1) $50 + n$; 2) $17 + n$; 3) $35 + n$; 4) $10 + n$
разлагаются в наименьшее число простых множителей?
- 465.** Найдите частное от деления a на b , если:
1) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$; $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$;
2) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$; $b = 490$.
- 466.** Найдите все делители числа n , если: 1) $n = 3 \cdot 5 \cdot 11$;
2) $n = 2 \cdot 7 \cdot 13$; 3) $n = 2 \cdot 3 \cdot 19$; 4) $n = 5 \cdot 7 \cdot 17$.
- 467.** Запишите общие делители чисел: 1) $2^2 \cdot 5^2$ и $2^2 \cdot 5$;
2) $3^2 \cdot 5$ и $3 \cdot 5^2$. Какие из них простые числа?
- 468.** Разложите в произведение простых множителей:
1) 512; 2) 686; 3) 666; 4) 5 175; 5) 1 001.

- 469.** Разложите на простые множители числа:
 1) 1 248; 2) 2 235; 3) 10 002; 4) 6 040. Какие из простых чисел 2, 3 и 5 встречаются в них? Почему?
- 470.** Какие числа всегда присутствуют в разложениях чисел, сумма цифр которых кратна 3, 9?
- 471.** Выполните действия:
 1) $85\,470 : 111 + 9\,603 : 97 - 76$;
 2) $83\,660 : 47 - 5\,181 : 33 + 423$.

32



Наибольший общий делитель



Для подарков купили 155 конфет, 124 яблока и 93 груши. Все подарки одинаковы.

- Сколько детей получили подарки?
- Сколько в каждом подарке конфет, яблок и груш?



Выпишем все делители чисел 24 и 90:

24	1	2	3	4	6	8	12	24				
90	1	2	3	5	6	9	10	15	18	30	45	90

У 24 и 90 общие делители: 1, 2, 3, 6. Наибольший из них: 6. Он называется **наибольшим общим делителем** 24 и 90.

Наибольший общий делитель чисел m и n обозначается так: НОД (m , n).

Наибольший общий делитель чисел m и n — это наибольший из всех их общих простых делителей.

Итак, $\text{НОД}(24, 90) = 2 \cdot 3 = 6$.

Пример 1. Найдите НОД (84; 96).

Решение.

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\Rightarrow 84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r|l} 96 & 2 \\ 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\Rightarrow 96 = 2^5 \cdot 3$$

$$\text{НОД}(84, 96) = 2^2 \cdot 3 = 12.$$

Пример 2. Найдите НОД (216, 36).

Решение. 216 делится на 36: $216 = 36 \cdot 6$. Значит, $\text{НОД}(216, 36) = 36$.

Пусть $m > n$ и m делится на n , тогда $\text{НОД}(m, n) = n$.

Пример 3. Найдите НОД (15, 46).

Решение.

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l} 46 & 2 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array}$$

$$46 = 2 \cdot 23$$

У составных чисел 15 и 46 нет общих простых делителей, их единственный общий делитель 1. Значит, для чисел 15 и 46 $\text{НОД}(15, 46) = 1$.

Числа, не имеющие общих простых делителей, называются взаимно-простыми числами. Для взаимно-простых чисел НОД равен 1.

Приведем примеры взаимно-простых чисел: 17 и 31; 24 и 25; 36 и 49; 9 и 10 — взаимно-простые числа.

Два последовательных натуральных числа взаимно-простые.

Числа 20 и 21, 14 и 15 взаимно-простые числа. Их НОД равен 1.



Правильно ли выполнено разложение на простые множители?:

- 1) $72 = 8 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$;
- 2) $112 = 4 \cdot 28 = 4 \cdot 4 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 = 2^4 \cdot 7$;
- 3) $48 = 4^2 \cdot 3$;
- 4) $84 = 3 \cdot 4 \cdot 7$;
- 5) $216 = 6^3$;
- 6) $200 = 8 \cdot 25$.

- 472.** 1) Что такое общий делитель двух чисел? Что такое наибольший общий делитель? Как его обозначают?
2) Как найти общие делители чисел, если известен их наибольший общий делитель?
3) Какие числа называются взаимно-простыми? Чему равен их НОД? Приведите примеры.

473. Найдите наибольший общий делитель чисел a и b :

- 1) $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$; $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$;
2) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$; $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$.

474. Найдите наибольший общий делитель чисел:

- 1) 65 и 195; 2) 105 и 28; 3) 125 и 350.

475. Покажите, что: 1) числа 25 и 36 взаимно-простые;
2) числа 228 и 171 не являются взаимно-простыми.

476. Найдите наибольший общий делитель чисел:

- 1) 54, 36 и 99; 3) 30, 50 и 70; 5) 324, 286 и 432;
2) 7, 15 и 38; 4) 56, 84 и 126; 6) 215, 435 и 600.

477. Можно ли утверждать, что у чисел a и b общие делители только 2 и 5, если $\text{НОД}(a, b) = 10$?

478. Составьте из цифр 3, 7 и 8; 2) 2, 4 и 6, не повторяя их, все трехзначные числа. Найдите их наибольший общий делитель. Можно ли найти его, не выписывая эти числа?

479. Найдите:

- 1) $\text{НОД}(50, 60)$; 3) $\text{НОД}(225, 50)$;
2) $\text{НОД}(21, 84)$; 4) $\text{НОД}(93, 85)$.

480. 1) Действительно ли $\text{НОД}(56, 224) = 112$? Не выполняя вычислений, определите, в чем причина ошибки.

2) Покажите на примерах, что наибольший общий делитель нескольких чисел не может быть больше наименьшего из этих чисел. Сделайте вывод.

481. Что можно сказать о числах a и b , если $\text{НОД}(a, b) = a$? Приведите примеры.
482. Кусок картона имеет форму прямоугольника. Его длина 96 см, а ширина 88 см. Картон нужно поделить на равные квадраты. Какой будет при этом длина стороны наибольшего из квадратов?
483. Найдите:
 1) $\text{НОД}(35, 55, 45)$; 3) $\text{НОД}(102, 216, 444)$;
 2) $\text{НОД}(62, 74, 212)$; 4) $\text{НОД}(522, 555, 75)$.
484. Сколько среди первых 30 натуральных чисел взаимно-простых с числом 6? с числом 7? с числом 13?
485. Выполните действия:
 1) $22\,660 : (21\,012 : 204)$; 3) $409\,600 : (2\,048 : 128)$;
 2) $416\,760 : (45\,195 : 131)$; 4) $33\,734 : (36\,072 : 108)$.



Наименьшее общее кратное

Выпишем числа, кратные 36 и 48:

Кратные 36	36	72	108	144	180	216	252	288	...
Кратные 48	48	96	144	192	240	288	336	384	...

Среди этих чисел есть общие для обоих рядов:

144, 288, 432, ...

Это общие кратные чисел 36 и 48.

Общее кратное чисел, делящихся на 36 и 48, будет $144k$, где k — произвольное натуральное число.

Однако, число **144** наименьшее из всех кратных 36 и 48. Поэтому число **144** называется **наименьшим общим кратным** чисел 36 и 48.

Пусть m и n – натуральные числа. Наименьшее из всех общих кратных этих чисел называется их **наименьшим общим кратным** и обозначается $\text{НОК}(m, n)$.

Итак, $\text{НОК}(36, 48) = 144$.

Приведем два способа нахождения НОК.

Пример 1. Найдите $\text{НОК}(15, 12)$.

1-й способ. Большее из чисел 15. Выписывая кратные этого числа, определим их делимость или неделимость на 12:

Число $15 \cdot 1 = 15$ не делится на 12;

Число $15 \cdot 2 = 30$ не делится на 12;

Число $15 \cdot 3 = 45$ не делится на 12;

Число $15 \cdot 4 = 60$ делится на 12.

Следовательно, $\text{НОК}(15, 12) = 60$.

2-й способ. Число 15 и 12 разложим на простые множители:

$$15 = 3 \cdot 5 \text{ и } 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3.$$

Число $\text{НОК}(15, 12)$ такое число, которое делится и на 15, и на 12. Поэтому в его разложении участвуют и все простые множители, не являющиеся общими. А общие простые множители берут по одному.

Следовательно, $\text{НОК}(15, 12) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

Пример 2. Найдите $\text{НОК}(20, 33)$.

$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$ и $33 = 3 \cdot 11$ – взаимно-простые числа, они не имеют общих простых делителей. Тогда, $\text{НОК}(20, 33) = 20 \cdot 33 = 660$.

Пусть m и n – взаимно-простые натуральные числа, т. е. $\text{НОД}(m, n) = 1$. Тогда $\text{НОК}(m, n) = m \cdot n$.

Пример 3. Найдите $\text{НОК}(240, 60)$.

Решение. $240 = 4 \cdot 60$, т.е. 240 кратно 60. Тогда $\text{НОК}(240, 60) = 240$.

Пусть m и n – натуральные числа и $m > n$. Если m делится на n , то $\text{НОК}(m, n) = m$.

486. 1) Что такое общее кратное двух чисел? Наименьшее общее кратное? Как его обозначают?



2) Как найти все общие кратные двух чисел, зная их наименьшее общее кратное?

3) Чему равен НОК двух взаимно-простых чисел?

4) Когда НОК двух чисел равен одному из них?

487. Ткань намереваются продавать отрезами по 4 м и 5 м. Какой должна быть наименьшая длина ткани в рулоне, чтобы можно было продать ее полностью?

488. Напишите по три числа, для которых числа: 1) 10; 2) 15; 3) 26; 4) 60 являются наименьшими общими кратными.

489. Найдите НОК (a , b):

1) $a = 2 \cdot 3 \cdot 7$; $b = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$;

2) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5$; $b = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$;

3) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$; $b = 2 \cdot 3 \cdot 5$;

4) $a = 2 \cdot 2 \cdot 5$; $b = 2 \cdot 5 \cdot 23$.

490. Найдите для чисел a и b НОД и НОК:

1) $a = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 19$; $b = 2^2 \cdot 5^3 \cdot 9^2$; 3) $a = 2^4 \cdot 5$; $b = 5^2 \cdot 7^2$;

2) $a = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 17$; $b = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 17^2$; 4) $a = 3^4 \cdot 5^3$; $b = 2^3 \cdot 3^3$.

 **491.** 1) Действительно ли $\text{НОК}(56, 224) = 56$? Не выполняя действий, укажите, в чем причина ошибки.

2) Покажите на примерах, что наименьшее общее кратное нескольких чисел не может быть меньше наибольшего из этих чисел.

 **492.** Найдите два числа, не делящихся одно на другое, для которых:

1) НОК равен 432, НОД равен 72:

2) НОК равен 60, НОД равен 4.

493. Покажите, что произведение трех; четырех последовательных натуральных чисел делится на 6 и 24 соответственно.

494. Произведение двух чисел равно 60, а наибольшее общее кратное этих чисел 5. Найдите НОК для этих чисел.

495. Найдите:

1) НОК (720, 324, 360);

3) НОК (106, 159, 530);

2) НОК (22, 110, 330);

4) НОК (28, 70, 140).

496. Найдите НОК следующих чисел:

1) 7 и 19;

3) 12 и 35;

5) 144 и 108;

2) 52 и 39;

4) 210 и 35;

6) 25 и 16.

497. Найдите отношение наибольших общих кратных чисел (216, 270) и (6, 27).

498. Заполните таблицу:

a	18	45	52	200	312	400
b	27	48	55	80	224	400
НОД (a, b)	9					
НОК (a, b)	54					
$a \cdot b$	486					
НОД (a, b) · НОК (a, b)	486					



Исторические сведения

Признаки делимости чисел, простые числа и вопрос о распределении простых чисел в ряду натуральных чисел привлекали внимание математиков с древнейших времен. Многих учёных особенно интересовал вопрос о простых числах, об их численности, как они расположены в ряду натуральных чисел, и они проводили глубокие исследования. Древнегреческий ученый Евклид (III в. до н. э.) доказал, что простых чисел бесконечно много и предложил алгоритм нахождения НОД двух натуральных чисел.

Метод построения таблицы простых чисел нашел древнегреческий математик Эратосфен (III в. до н. э.). Он выписывал натуральные числа на папирусе подряд, а затем, найдя, что 2 — простое число, прокалывал иглой все четные числа, тогда первое оставшееся невычеркнутым число 3 также простое. Теперь он прокалывал все числа, кратные 3, тогда первое оставшееся число 5 — простое, и так далее. Те числа, что оставались, были простыми.

Эратосфен как бы высыпал все натуральные числа в решето, а затем просеивал составные числа, оставляя простые. Этот остроумный метод называется “решетом Эратосфена”.

34



Задачи на движение



Задача 1. Из села одновременно в противоположных направлениях выехали два всадника. Скорость одного 13 км/ч, второго 17 км/ч. Найдите расстояние между ними через 2 ч.

Решение. 1-й вопрос. На какое расстояние удалятся всадники друг от друга за 1 ч?

$$13 + 17 = 30 \text{ (км/ч).}$$

2-й вопрос. Каким будет расстояние между всадниками через 2 ч?

$$30 \cdot 2 = 60 \text{ (км).}$$

Ответ: 76 км.

Скорость, с которой удаляются друг от друга материальные точки, начавшие движение одновременно из одного пункта, равна сумме их скоростей.



Задача 2. Из Андижана одновременно и в одном направлении отправились в путь поезд и автобус. Скорость поезда 60 км/ч, автобуса – 75 км/ч. Найдите скорость, с которой они удаляются друг от друга. Через какое время расстояние между ними будет 45 км?

Решение. За 1 ч автобус пройдет путь 75 км, поезд – 60 км и будет впереди него на $75 - 60 = 15$ (км). Итак, они удаляются друг от друга со скоростью 15 км/ч. Расстояние 45 км будет между ними через $45 : 15 = 3$ (ч).

Ответ. 15 км/ч; через 3 часа.

Скорость, с которой удаляются друг от друга материальные точки, вышедшие из одного пункта одновременно и в одном направлении, равна разности их скоростей.

Задача 3. Расстояние между двумя селами 18 км. Юлдуз и Сурайё вышли из этих сел одновременно навстречу друг другу. Юлдуз проходит за 1 ч 4 км, Сурайё – 5 км. Через какое время девочки встретятся?

Решение. 1-й вопрос. С какой скоростью сближаются девочки?
 $4 + 5 = 9$ (км/ч).

2-й вопрос. Через какое время девочки встретятся?

$$18 : 9 = 2 \text{ (часа).}$$

Ответ. Через 2 часа.

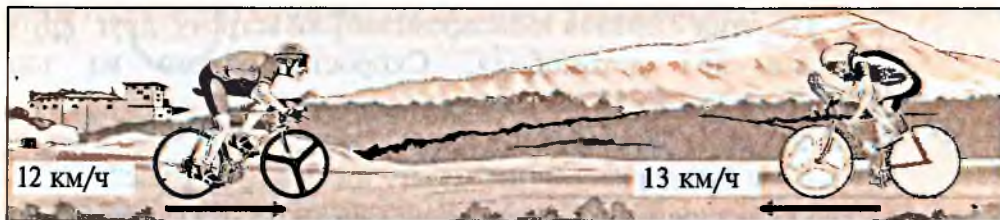
Скорость, с которой сближаются материальные точки, вышедшие из двух пунктов одновременно навстречу друг другу, равна сумме их скоростей.

499. 1) Чему равна скорость, с которой в противоположных направлениях удаляются друг от друга точки?

? 2) Чему равна скорость, с которой удаляются друг от друга точки, движущиеся в одном направлении?

3) Чему равна скорость, с которой сближаются точки, движущиеся навстречу друг другу?

500. 1) Из Намангана в одно и то же время выехали в противоположных направлениях два автомобиля. Скорость первого 56 км/ч, второго 64 км/ч. Каким будет расстояние между ними через 4 часа?
- 2) Из Шахрисабза в одно и то же время выехали в противоположных направлениях 2 автомобиля. Скорость первого 65 км/ч. Через 3 ч расстояние между ними было 405 км. Какова скорость второго автомобиля?
501. Из города A вышел поезд со скоростью 60 км/ч. Через час в противоположном направлении выехала автомашина со скоростью 80 км/ч. Через какое время после выезда автомашины, поезд и автомашина будут на равных расстояниях от города?
502. Из Гулистана и Джизака, расстояние между которыми 100 км, выехали одновременно навстречу друг другу два велосипедиста. Скорость одного 12 км/ч, другого 13 км/ч. Через какое время расстояние между ними будет 50 км?



503. Расстояние между селами A и B 6 км. Из этих сел одновременно в одном направлении выехали два велосипедиста. Скорость выехавшего из села A 15 км/ч, скорость второго 12 км/ч. Через какое время первый велосипедист догонит второго?
504. Из точки A на берегу пруда плывут в точку B на другом берегу Карим и Рахим. Скорость Карима 50 м/мин, Рахима 40 м/мин. Карим приплыл в B на 5 минут раньше Рахима. Найдите путь AB .

- 505.** Села A и B расположены на берегу реки. Расстояние между ними 72 км. Скорость течения реки 3 км/ч. Из A в B отправился катер, скорость которого в стоячей воде (собственная скорость) 20 км/ч. В то же самое время навстречу ему из B начал двигаться катер, собственная скорость которого 16 км/ч. Через какое время катера встретятся?
- 506.** Из города A в город B вышли одновременно два поезда. Расстояние между городами 480 км. Скорость первого поезда 60 км/ч. Второй поезд прибыл в B на 2 ч раньше первого. Найдите скорость второго поезда.
- 507.** Из Бухары выехали одновременно два грузовика с фруктами для населения столицы Узбекистана — города Ташкента. Расстояние между городами 616 км. Скорость первого грузовика 44 км/ч. Второй грузовик приехал в Ташкент на 3 ч раньше первого. Найдите скорость второго грузовика.
- 508.** Расстояние между городами Ташкентом и Наманганом 432 км. Из этих городов одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля. Скорость одного из них 72 км/ч, второго 54 км/ч.
- 1) С какой скоростью они сближаются?
 - 2) Каким будет расстояние между ними через 1 час?
 - 3) Через какое время расстояние между ними будет 54 км?
- 509.** Из Самарканда в Ташкент выехало такси и пассажир договорился с таксистом о цене по 10 сумов за километр. Машина прибыла в Ташкент через 6 ч. Расстояние между городами 330 км. С какой скоростью двигалось такси и сколько заплатил за дорогу пассажир?
- 510.** Из Карши в Ташкент выехала грузовая машина со скоростью 50 км/ч. Через 3 часа в этом же направлении отправилась легковая машина со скоростью 80 км/ч. Через какое

$$7 + 5 = 12 \text{ (дынь)}.$$

Добавим мысленно в 1-ю кучу 7 дынь и в 3-ю 12. Тогда в каждой куче дынь будет поровну.

2-й вопрос. Сколько всего добавлено дынь?

$$7 + 12 = 19 \text{ (дынь)}.$$

После добавления $7 + 12 = 19$ дынь в каждой куче число дынь стало поровну.

3-й вопрос. Сколько всего дынь во всех 3-х кучах?

$$152 + 19 = 171 \text{ (дыня)}.$$

4-й вопрос. Сколько теперь дынь в каждой куче?

$$171 : 3 = 57 \text{ (дынь)}.$$

Итак, во 2-й куче 57 дынь, так как в нее дынь не добавляли.

5-й вопрос. Сколько дынь было в первой куче?

$$57 - 7 = 50 \text{ (дынь)}.$$

6-й вопрос. Сколько дынь было в 3-й куче?

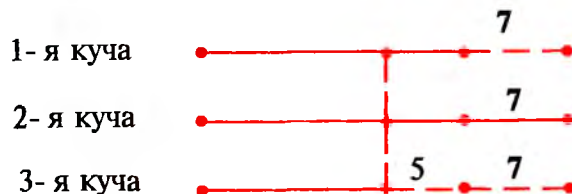
$$57 - 12 = 45 \text{ (дынь)}.$$

Ответ: в первой куче 50 дынь, во второй 57 и в третьей 45 дынь.

Проверка: 1) $50 + 57 + 45 = 152$; 2) $57 - 7 = 50$; 3) $50 - 5 = 45$.

Попробуем решить эту же задачу, пользуясь чертежом.

II способ.



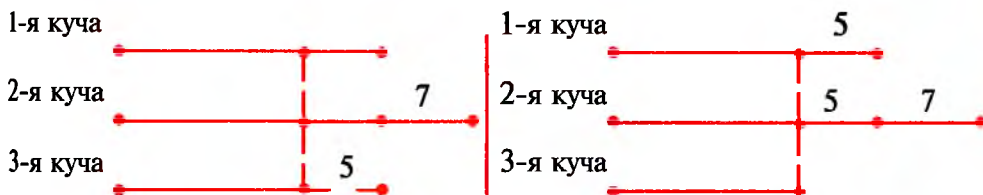
1) Из чертежа ясно, что для уравнивания числа дынь 1-й и 3-й куч ко 2-й куче нужно в 1-ю кучу добавить 7 дынь, а в 3-ю кучу

$5 + 7 = 12$ дынь; всего 19 дынь. Тогда в кучах дыни будет поровну и число всех дынь составит $152 + 19 = 171$. Следовательно, во 2-й куче было $171 : 3 = 57$ дынь.

2) $57 - 7 = 50$ (число дынь в 1-й куче).

3) $57 - (5 + 7) = 45$ (число дынь в 3-й куче).

Можно было уравнивать число дынь во 2-й и 3-й кучах к числу дынь в 1-й куче (или число дынь в 1-й и 2-й куче к числу дынь в 3-й куче). Соответствующие чертежи даны ниже:



512. У Дильдоры 5 и 10- сумовых купюр всего 45 на сумму 350 сумов. Сколько у Дильдоры 5 и 10- сумовых купюр по отдельности?
513. Из города A в город B автобус приехал за 14 ч. На обратном пути из B в A скорость была повышена на 10 км/ч, поэтому обратный путь занял на 2 ч меньше. Чему равно расстояние между городами?
514. В кабинете математики всего 25 геометрических моделей — треугольников и пятиугольников. Всего углов при вершинах 105. Сколько треугольников и пятиугольников в кабинете математики?
515. В трех шкафах 640 книг. Если из первого во второй шкаф переложить 20 книг, то в этих шкафах книг будет поровну, а в третьем шкафу книг станет в 2 раза больше, чем в первом. Сколько книг в каждом шкафу?
516. В хозяйстве 170 голов овец и кур. Ног у животных и птиц 480. Сколько в хозяйстве кур и сколько овец?

- 517.** Торговец привез из одного города в другой 700 м ткани двух сортов: по 875 сумов за метр и по 600 сумов за метр. Продав весь товар, торговец заработал 488 750 сумов. Сколько метров ткани каждого сорта было у торговца?
- 518.** 1) Сумма двух чисел равна 25. Первое умножили на 3, второе — на 5. Сложив результаты, получили 105. Найдите эти числа (Сравните с № 514).
2) Сумма нескольких натуральных чисел равна 77. Если от каждого числа вычесть 3 и результаты сложить, то получится 62. Сколько слагаемых в сумме?
- 519.** Фирма «Навруз» подарила подшефному детскому саду трехколесные и двухколесные велосипеды. Всего велосипедов тридцать пять. Сколько было трехколесных велосипедов, если колес в общей сложности было 95?
- 520.** В одном мешке по сравнению с другим риса было на 25 кг больше. Из первого взяли 30 кг риса, из второго 15 кг. В каком мешке риса осталось больше? На сколько?
- 521.** Нафиса задумала число, умножила его на 8. От результата отняла задуманное число. Получилось 420. Какое число задумала Нафиса?

36



Окружность и круг



Какая разница между окружностью и кругом? Чем ограничен круг?



Для того чтобы начертить окружность, ножку циркуля с иглой фиксируем в некоторой точке, а ножку с грифелем вращаем вокруг этой точки. Получаем окружность.

Окружность — это замкнутая линия, все точки которой удалены на одинаковое расстояние от данной точки O .

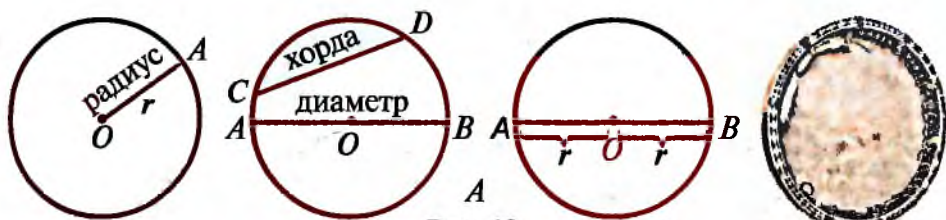


Рис. 18.

Данная точка O называется **центром окружности** (рис.18).

Отрезок, соединяющий произвольную точку окружности с ее центром, и длина этого отрезка называется **радиусом**. Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется **хордой**.

Диаметр — это хорда, проходящая через центр окружности.

Круг — это конечная часть плоскости, ограниченная окружностью.

Длина диаметра равна двум радиусам: $d = 2r$.

522. 1) Приведите примеры окружности и круга.

2) Что такое окружность? Что такое центр окружности? Каким свойством обладают ее точки, лежащие на окружности? Что такое круг?

3) Что такое радиус, хорда, диаметр окружности?

523. Начертите окружность с центром в точке O и радиусом 3 см.

1) Найдите диаметр окружности.

2) Отметьте точки A и B , отстоящие от точки O на расстоянии 5 см и 2 см 5 мм. Лежат ли они на окружности? В круге? Какая точка не принадлежит кругу? Почему?

524 Начертите окружность с центром O и радиусом 3 см. Проведите ее диаметр и три радиуса.

525. Сколько хорд и диаметров можно провести через точку A , взятую внутри окружности, или точку на окружности?



9м

14м 20см

526. а) Диаметр нижнего основания минарета в Вабкенте 6 м 20 см, диаметр верхней части 2 м 80 см.

1) На сколько метров диаметр нижнего основания больше диаметра верхней части минарета?

2) На сколько больше радиус нижнего основания минарета радиуса верхнего основания? При необходимости метр переведите в сантиметр.

б) Диаметр нижнего основания минарета Калон 9 м. Диаметр нижнего основания минарета Калтаминор 14 м 20 см. Найдите разность радиусов оснований минаретов?

527. 1) Найдите радиусы, если диаметры равны 5 см, 6 см, 2 дм, 7 дм.

2) Найдите диаметры, если радиусы равны 6 см, 2 см, 2 дм 5 см.

528. Начертите квадрат и 4 такие окружности, для которых стороны квадрата будут диаметрами.

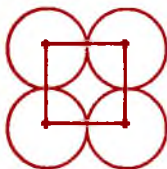


Рис. 19.

529. Радиус окружностей $r = 1$ см. Центры окружностей соединены отрезками. Найдите площадь полученного квадрата. (Рис. 19).

530. 1) Диаметр окружности больше радиуса на 31 см. Найдите радиус окружности.

2) Радиус окружности меньше диаметра на 20 мм. Найдите диаметр окружности.

531. Начертите окружность с центром в точке O и радиусом 3 см. Отметьте на окружности точку P . Через точку O проведите окружность с центром в точке P . Равны ли их радиусы?

532. Начертите окружность. Отметьте по три точки: 1) лежащие на ней; 2) не принадлежащие ей.

Тест

4

Проверь себя!

- Сколько простых чисел среди чисел 1; 2; 3; 15; 17; 23; 28; 49; 64; 121; 304; 324; 1 001?
A) 3; B) 4; C) 5; D) 7.
- Сколько натуральных делителей у числа 36?
A) 5; B) 7; C) 8; D) 9.
- Сколько общих делителей у чисел 56 и 16?
A) 4; B) 3; C) 2; D) 5.
- Подряд выписаны первые 35 натуральных чисел: 123...3 435. Найдите остаток от деления этого числа на 25.
A) 15; B) 20; C) 5; D) 10.
- На какое из следующих чисел делится число 1 782 753?
A) 3; B) 10; C) 5; D) 9.
- Какие из следующих пар чисел – взаимно простые числа?
A) (6; 8); B) (9; 25); C) (12; 15); D) все.
- Найдите НОД (168, 231, 60).
A) 168; B) 231; C) 60; D) 3.
- Найдите наименьшее общее кратное чисел 8 и 10.
A) 8; B) 10; C) 40; D) 18.
- На какие из следующих чисел делится $2a + 8b$, если a и b – произвольные натуральные числа?
A) 2; B) 4; C) 3; D) 10.
- Сумма скоростей катера по течению и против течения реки 30 км/ч. Найдите собственную скорость катера.
A) 15; B) 16; C) 10; D) 20.
- Матери 50 лет, дочери 28 лет. В каком возрасте мать была вдвое старше дочери?
A) 5; B) 6; C) 8; D) 4.

§ 5. Обыкновенные дроби

37



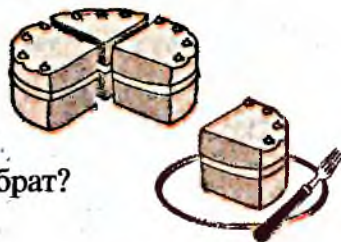
Доли



Надира разделила
торт на 4 равные части.

— Это твоя доля, —
сказала она брату.

— Какую долю торта получил брат?

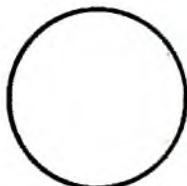


Так как торт разделили на 4 равные части и взяли из них одну часть, брат получил четверть торта.

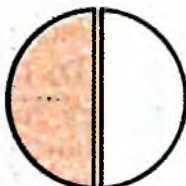
Равные части целого называются **долями**.

Отрезок, квадрат, круг, торт можно считать **одним целым**.

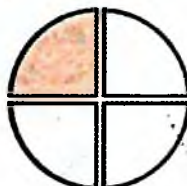
Обычно, одну вторую часть целого называют **половиной**, одну четвертую часть — **четвертью**, одну восьмую — **восьмушкой**.



целое



половина



четверть



восьмушка

Задача. Мастер и подмастерье, работая вместе, заработали 5 400 сумов. На долю мастера приходится две части этой суммы, на долю подмастерья — одна. Сколько денег получил каждый?

Решение. 1-й вопрос. На сколько долей делят деньги?

$$2 + 1 = 3 \text{ (доли).}$$

2-й вопрос. Сколько денег приходится на одну долю? (Иначе: сколько получил подмастерье?)

$$35\,400 : 3 = 11\,800 \text{ (сумов).}$$

3-й вопрос. Сколько получил мастер?

$$11\,800 \cdot 2 = 23\,600 \text{ (сумов).}$$

Ответ: Мастер получил 23 600 сумов, подмастерье 1 800 сумов.

533. 1) Что называется долей?

2) Что называют половиной, четвертью, восьмушкой?

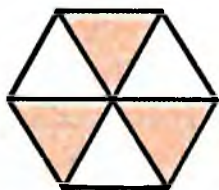
534. Как понимать фразы: «Четверть второго», «Половина второго», «Без четверти два»?

535. У Али было 20 орехов. Он отдал половину брату, четверть – сестренке. Сколько орехов осталось у Али?

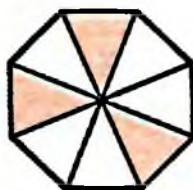
536. 1) Сколько минут в четверти, половине, одной трети часа?
2) Сколько часов составляют четверть, половина, одна восьмая суток?

537. В классе 35 учеников. Одна пятая из них мальчики. Сколько девочек в классе?

538. Сколько частей фигур закрашены на рисунке 20? Сколько частей не закрашены?



а)



б)



в)

Рис. 20.

539. 1) Что больше: четверть 100 или восьмушка 200?
2) Что больше: половина 80 или четверть 180?

540. Какую долю 1 квадратный метр составляет: от 1 ара? 2) какую долю 1 квадратный дециметр составляет от 1 квадратного метра?

- 541.** Сколько сантиметров в: 1) половине метра; 2) одной четверти метра; 3) одной десятой метра; 4) двух пятых метра.
- 542.** Каждый из трех прямоугольников с измерениями 6 см и 4 см разделите на 24 равных квадрата. Закрасьте половину первого, четверть второго и восьмушку третьего прямоугольника. Сколько квадратов соответствует каждой доле? Какая часть прямоугольников не закрашена?
- 543.** Равна ли одна пятая часть часа четверти оставшегося времени? Выразите эти части в минутах.
- 544.** В 1-й день прочитана четверть книги из 128 страниц, во 2-й — половина оставшихся страниц, в 3-й — восьмая часть оставшихся после второго дня страниц. Какая часть книги еще не прочитана?
- 545.** Начертите прямоугольник и закрасьте: 1) треть; 2) две четверти; 3) одну шестую.
- 546.** Выполните действия:
 1) $6032 : 16 + 119 \cdot 14 - 37$; 2) $342 - 11011 : 143 + 143 \cdot 33$.

38



Понятие о дроби



Дыню разрезали на 16 ломтиков.

2 съел Абдулхак,

3 досталось Миролиму.

— Какую долю дыни

получил Абдулхак?

— А Миролим?

— Оба вместе?



Начертите отрезок AB и разделите его на 2 части поровну: $AC = CB$ (рис. 21).

Одна из этих двух частей — AC или CB , составляет одну вторую часть (долю) отрезка AB .

Доли выражают с помощью числа следующим образом:

— проводят «—» чёрточку;

- под чёрточкой пишут число, показывающее на сколько равных частей разделили целое (единицу);
- над чёрточкой пишут число, показывающее сколько взято равных частей.

Можем написать, что отрезок AC или CB составляет $\frac{1}{2}$ часть AB , так как AB разделили на две равные части и одну из них мы рассматриваем.

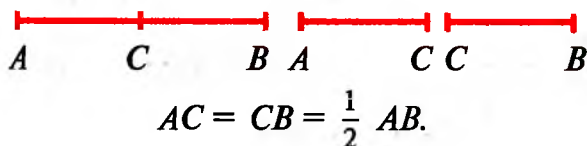


Рис. 21.



Рис. 22.

Пример. Прямоугольник разделен на 8 равных квадратов и 3 из них закрашены (рис. 22).

Значит, закрашено «три восьмых» части, т.е. $\frac{3}{8}$ части прямоугольника. $\frac{3}{8}$ части состоит из суммы 3 долей: $\frac{3}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$. Такие числа, как $\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}$ **дробные числа**.

Одну долю или сумму нескольких равных долей называют **дробным числом**.

В записи $\frac{3}{8}$ число над чёрточкой называют **числителем**, число под чёрточкой **знаменателем**, а чёрточку «—» **дробной чёртой**.

$3 \rightarrow$ числитель дроби
 $\frac{\quad}{\quad} \rightarrow$ дробная черта
 $8 \rightarrow$ знаменатель дроби

Читают дроби, например, $\frac{3}{8}$ — три восьмых; $\frac{7}{10}$ — семь десятых; $\frac{4}{5}$

– четыре пятых.

Вообще, дробь $\frac{k}{n}$ показывает, что целое поделено на n равных долей и взято k таких долей.

Дроби вида $\frac{k}{n}$ называются **обыкновенными дробями**. По смыслу ясно, что n — натуральное число, k — натуральное число или 0.

547. 1) Что называется дробью?
2) Что показывает знаменатель дроби? Числитель?
3) Как читают дробь? Приведите примеры.

548. Прочитайте дроби, назовите числитель и знаменатель:

- 1) $\frac{1}{11}$; 2) $\frac{8}{12}$; 3) $\frac{3}{14}$; 4) $\frac{12}{12}$; 5) $\frac{25}{100}$; 6) $\frac{6}{8}$.

549. Запишите в виде дроби:

- 1) три восьмых; 3) семь сотых; 5) три пятых;
2) пять седьмых; 4) две четвертых. 6) одна сотая;

550. Примите отрезок $AB = 8$ см за единичный и обозначьте

отрезки, соответствующие дробям $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{7}{8}$.

551. Какую часть от 24 см составляют: 1) 2 см; 2) 3 см;
3) 4 см; 4) 8 см; 5) 16 см?

552. Примите отрезок длиной 24 см за единичный и на числовом луче отметьте точки с координатами:

- 1) $\frac{1}{24}$; 2) $\frac{3}{24}$; 3) $\frac{4}{24}$; 4) $\frac{16}{24}$; 5) $\frac{8}{24}$; 6) $\frac{12}{24}$.

Какие из них отмечают половину, четверть, восьмушку единичного отрезка?

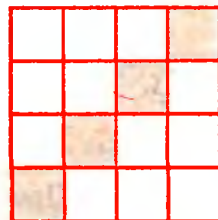
553. Какую долю от первых 30 натуральных чисел составляют числа, кратные: 1) 3; 2) 9; 3) 5; 4) 10; 5) 15?
Запишите эти доли в виде дробей.

554. Примите отрезок длиной 10 см за единичный и на числовом луче постройте точки с координатами:

1) $\frac{1}{10}$; 2) $\frac{4}{10}$; 3) $\frac{5}{10}$; 4) $\frac{8}{10}$; 5) $\frac{7}{10}$; 6) $\frac{9}{10}$.

555. Запишите в виде дроби: 1) две девярых; 2) восемь восьмых; 3) семь тридцатых; 4) пять вторых.

556. Какую долю от общего числа квадратиков составляют закрашенные на рис 23? Запишите ее дробью. Какая часть всех квадратиков осталась не закрашенной?



557. От села до города 8 км. Пешеход прошел $\frac{1}{4}$ часть пути. Сколько километров ему осталось пройти?

Рис. 23.

Дробь как частное от деления натуральных чисел

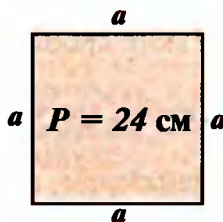
39



Периметр квадрата равен 24 см.

— Какова длина его стороны?

— Какой части периметра она равна?



Задача. Учительница раздала 10 тетрадей 5 ученикам поровну.
1) По сколько тетрадей получил каждый ученик? 2) Какую часть всех тетрадей получил каждый ученик?

Решение. 1) Каждый ученик получил по $10 : 5 = 2$ тетради.

2) 2 тетради, которые получил каждый ученик, составляют $\frac{1}{5}$ часть

(одну пятую) всех (10) тетрадей. Здесь число всех тетрадей 10 можно принять как одно целое, его одна пятая часть будет $-\frac{10}{5} = 2$.

Следовательно, $10 : 5 = \frac{10}{5} = 2$.

Ответ: Каждый ученик получил: 1) по 2 тетради; 2) $\frac{1}{5}$ часть всех тетрадей.

$\frac{k}{n}$ дробь можно рассматривать как деление натурального числа k на некоторое натуральное число n . Наоборот, любое частное $k : n$ можно записать в виде дроби $\frac{k}{n}$. Таким образом,

$$\frac{k}{n} = k : n.$$

Дробная черта соответствует знаку деления.

При такой записи числитель дроби равен делимому, а знаменатель делителю. Вам известно, что $k : n$ означает — какую часть составляет число k от n , во сколько раз k меньше (или больше) числа n .

Пример. $\frac{7}{10} = 7 : 10$; $\frac{3}{4} = 3 : 4$; $15 : 5 = \frac{15}{5}$; $8 : 3 = \frac{8}{3}$.

Такие дроби, как $\frac{4}{5}$, иногда читают: 4, деленная на 5.

Любое натуральное число n можно выразить в виде дроби со знаменателем, равным 2, 3, 4, ..., m .

Пример. $4 = \frac{8}{2} = \frac{12}{3} = \frac{16}{4} = \dots = \frac{4m}{m}$; $1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \dots = \frac{m}{m}$.

Любое натуральное число можно рассматривать как дробь со знаменателем 1:

$$m : 1 = \frac{m}{1} = m.$$

- 558.** 1) Как записывают дробь в виде частного?
2) Что показывает дробная черта?

559. Запишите дробь в виде частного:

- 1) $\frac{5}{21}$; 2) $\frac{43}{42}$; 3) $\frac{9}{36}$; 4) $\frac{60}{45}$; 5) $\frac{32}{64}$; 6) $\frac{6}{1}$.

560. Запишите частное в виде дроби:

- 1) $45 : 60$; 3) $25 : 100$; 5) $5 : 40$;
2) $17 : 5$; 4) $20 : 40$; 6) $6 : 13$.

Есть ли среди дробей равные половине, четверти, восьмушке?

561. Запишите в виде дроби:

- 1) делимое 5, делитель 6; 3) делимое 15, делитель 10;
2) делитель 5, делимое 6; 4) делитель 15, делимое 10.

562. Какую часть алфавита составляют гласные буквы?

563. Запишите число 3 в виде дроби со знаменателем: 1) 4; 2) 5; 3) 11; 4) 15; 5) 25; 6) 33.

564. Собрали 200 кг огурцов и четверть из них засолили, а остаток продали. Сколько килограммов огурцов продали и какую долю собранных огурцов она составляет?

 **565.** Площадь прямоугольника 54 кв. см, ширина 6 см. Найдите его периметр. Какую часть суммы смежных сторон составляет длина; ширина прямоугольника?

 **566.** Сумма трех простых чисел равна 12. Какую часть каждое из них составляет от 12? Запишите их в виде дроби.

567. Запишите частное в виде дроби:

- 1) $11 : 44$; 2) $12 : 13$; 3) $25 : 200$; 4) $75 : 100$.

Есть ли среди дробей равные половине, четверти, восьмушке?

568. Запишите дробь в виде частного:

- 1) $\frac{14}{28}$; 2) $\frac{24}{6}$; 3) $\frac{21}{84}$; 4) $\frac{45}{28}$; 5) $\frac{8}{8}$; 6) $\frac{47}{74}$.

Есть ли среди частных натуральные числа?

569. Заполните таблицу:

Делимое	Делитель	Частное	Числ.	Знам.	Дробь
7	20	$7 : 20$	7	20	$\frac{7}{20}$
13	8				
		$35 : 12$			
			51	100	
		$25 : 1$			
			125	25	
a	4				

570. а) Какую часть от центнера составляют:

- 1) 5 кг; 2) 10 кг; 3) 20 кг; 4) 25 кг?

б) Сколько килограммов содержится в:

- 1) $\frac{1}{4}$ ц; 2) $\frac{1}{10}$ ц; 3) $\frac{2}{10}$ ц; 4) $\frac{5}{4}$ ц?

571. Расстояние между Ташкентом и Самаркандом 330 км.

Турист прошел $\frac{1}{10}$ часть пути от Самарканда в Ташкент пешком, а остальную часть пути на автобусе. Сколько километров проехал турист в автобусе?

40



Правильные и неправильные дроби

1. Правильная дробь. У дробей $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{7}$ числитель меньше знаменателя.

Дробь, числитель которой меньше знаменателя, называется **правильной дробью**.

Если k и n таковы, что $k < n$, то, по определению $\frac{k}{n}$ правильная дробь.

Правильная дробь всегда меньше 1.

2. Неправильная дробь. У дробей $\frac{5}{4}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{13}{10}$ числитель больше знаменателя, у дробей $\frac{5}{5}$, $\frac{10}{10}$, $\frac{100}{100}$ числитель равен знаменателю.

Дробь, числитель которой больше знаменателя или равен ему, называется **неправильной дробью**.

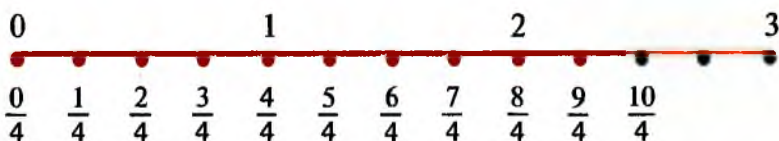
Если a и b натуральные числа и $a > b$ или $a = b$, $\frac{a}{b}$ — неправильная дробь.

Если числитель дроби равен знаменателю, то дробь равна 1.

Если числитель дроби больше знаменателя, то дробь больше 1.

Если при этом числитель дроби кратен знаменателю, то такое дробное число является натуральным числом.

Пример. $\frac{12}{4} = 12 : 4 = 3$; $\frac{10}{5} = 10 : 5 = 2$; $\frac{100}{25} = 100 : 25 = 4$.



— Какая из дробей правильная? А какая неправильная?

- 572.** 1) Какая дробь называется правильной, неправильной?
 2) Как узнать, что дробь меньше, больше или равна 1?
 3) Каким числом будет дробь, числитель которой делится на знаменатель (без остатка)?

- 573.** 1) Запишите все неправильные дроби с числителем 8.
 2) Запишите все правильные дроби со знаменателем 8.

574. Отделите правильные дроби от неправильных:

1) $\frac{5}{8}$; 2) $\frac{13}{12}$; 3) $\frac{20}{20}$; 4) $\frac{17}{68}$; 5) $\frac{75}{100}$; 6) $\frac{38}{19}$.

575. Запишите 1) 5 дробей, числитель которых: на 4 единицы меньше знаменателя; 2) 5 дробей, числитель которых на 4 единицы больше знаменателя.

576. Составьте из чисел 2, 7, 18, 24, 30 и 40 все дроби, числитель которых меньше; больше знаменателя.

577. Запишите по 4 дроби со знаменателем 15, которые будут: 1) правильными; 2) неправильными дробями.

578. Пусть n, k – натуральные числа и $8 < n < 12$, $21 < k < 25$.

Выпишите все дроби вида: 1) $\frac{n}{k}$; 2) $\frac{k}{n}$.

579. При каких натуральных значениях x дроби:

1) $\frac{n-5}{8}$; 2) $\frac{n+2}{9}$; 3) $\frac{8-n}{4}$; 4) $\frac{23}{n+18}$; 5) $\frac{3}{8-n}$?

будут: а) правильными; б) неправильными?

580. Какими цифрами надо заменить звездочки, чтобы дроби были: а) правильными; б) неправильными:

1) $\frac{13*}{130}$; 2) $\frac{2*5}{255}$; 3) $\frac{*22}{422}$; 4) $\frac{544}{*78}$; 5) $\frac{405}{40*}$?

581. Выпишите правильные и неправильные дроби:

1) $\frac{9}{14}$; 2) $\frac{50}{50}$; 3) $\frac{17}{20}$; 4) $\frac{18}{72}$; 5) $\frac{29}{19}$.

582. 1) Запишите по 4 правильные; неправильные дроби со знаменателем 25; 2) Запишите все неправильные дроби с числителем, равным 10; 3) Запишите все правильные дроби со знаменателем, равным 10.

583. Вычислите:

1) $(26\ 752 : 152 : 16 + 989) \cdot 78 - 2\ 007 \cdot 22$;
2) $38\ 279 - 70\ 672 : (6\ 234 - 5\ 603) \cdot 306 - 2\ 007$

41



Целая и дробная части неправильной дроби



- 7 яблок хотят разделить на 2 равные части.
- Сколько достанется каждому?



$$3 + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{2}$$



$$\frac{1}{2} + 3 = 3\frac{1}{2}$$



Частное двух натуральных чисел называют иногда отношением. Например, частное $32 : 16$ читают как **отношение** 32 к 16.

Вы знаете, что отношение двух натуральных чисел можно записать и в виде дроби:

$$18 : 23 = \frac{18}{23}; \quad 3 : 10 = \frac{3}{10}; \quad 14 : 5 = \frac{14}{5}.$$

И обратно, дробь, числитель которой не равен, можно записать в виде отношения двух натуральных чисел:

$$\frac{8}{13} = 8 : 13; \quad \frac{3}{4} = 3 : 4; \quad \frac{24}{5} = 24 : 5.$$

Например, неправильную дробь $\frac{24}{5}$ можно записать в виде:

$$\frac{24}{5} = 24 : 5 = (20 + 4) : 5 = 20 : 5 + 4 : 5 = \frac{20}{5} + \frac{4}{5} = 4 + \frac{4}{5}.$$

В этом представлении неправильной дроби $\frac{24}{5}$ число 4 называется ее **целой частью**, а правильная дробь $\frac{4}{5}$ – ее **дробной частью**.

Обычно, сумму $4 + \frac{4}{5}$ записывают без «+» в виде $4\frac{4}{5}$.

Читают: четыре целых четыре пятых.

Число $4\frac{4}{5}$ – называется **смешанным числом**.

Целая часть любой правильной дроби равна 0.

Любая неправильная дробь есть сумма натурального числа и правильной дроби. При этом натуральное число является целой частью дроби, а правильная дробь его дробной частью

Чтобы записать неправильную дробь как смешанное число:

- надо разделить (с остатком) ее числитель на знаменатель;
- полученное неполное частное — это целая часть;
- отношение остатка к знаменателю — дробная часть смешанного числа.

Пример 1. Запишите неправильную дробь $\frac{43}{5}$ в виде смешанного числа.

$$\begin{array}{r|l} 43 & 5 \rightarrow \text{знаменатель} \\ 40 & 8 \rightarrow \text{целая часть} \\ \hline 3 & \rightarrow \text{числитель дробной части} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{(остаток)} \end{array}$$

Значит, $\frac{43}{5} = 8\frac{3}{5}$.

Запомните!

$$3\frac{4}{5} \neq 3\frac{4}{5}!$$

$$3\frac{4}{5} = \frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5}.$$

Чтобы записать смешанное число в виде неправильной дроби:

- надо его целую часть умножить на знаменатель дробной части;
- к произведению прибавить числитель дробной части;
- полученную сумму записать в числитель, а знаменатель остаётся знаменателем дробной части.

Пример 2. Запишите смешанное число $5\frac{4}{7}$ в виде неправильной дроби.

Решение. 1) $5 \cdot 7 = 35$; 2) $35 + 4 = 39$; 3) $\frac{39}{7}$.

Значит, $5\frac{4}{7} = \frac{39}{7}$. Или коротко: $5\frac{4}{7} = \frac{5 \cdot 7 + 4}{7} = \frac{39}{7}$.

$$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$$

Проверь!

- 584.** 1) Как находят целую и дробную части неправильной дроби?
2) Каким числом является целая часть неправильной дроби? А дробная часть?
3) Что такое смешанное число?
4) Как записывают смешанное число в виде неправильной дроби?

585. Запишите числами:

- 1) шесть целых одна пятая;
- 2) десять целых две третьих;
- 3) двадцать пять целых одиннадцать сотых;
- 4) двести целых тринадцать тысячных.

586. Прочитайте числа, затем назовите их целую и дробную части:

- 1) $2\frac{3}{4}$; 2) $5\frac{2}{9}$; 3) $15\frac{4}{15}$; 4) $25\frac{6}{10}$; 5) $50\frac{25}{50}$.

587. Запишите неправильную дробь как сумму целой и дробной частей смешанного числа:

- 1) $\frac{27}{13}$; 2) $\frac{72}{27}$; 3) $\frac{91}{18}$; 4) $\frac{418}{104}$; 5) $\frac{501}{125}$.

588. Запишите неправильную дробь как смешанное число:

- 1) $\frac{33}{19}$; 2) $\frac{50}{21}$; 3) $\frac{63}{36}$; 4) $\frac{143}{31}$; 5) $\frac{1000}{241}$.

589. Выполните деление с остатком и запишите результат сначала в виде дроби, затем в виде смешанного числа:

- 1) $26 : 7$; 3) $609 : 101$; 5) $89 : 23$; 7) $199 : 32$;
2) $41 : 10$; 4) $3\,217 : 100$; 6) $509 : 15$; 8) $666 : 25$.

590. Запишите дроби в виде натуральных чисел:

$$\frac{8}{4}; \frac{24}{6}; \frac{50}{5}; \frac{65}{13}; \frac{100}{20}; \frac{140}{14}; \frac{200}{40}; \frac{1000}{50}; \frac{56}{7}; \frac{32}{8}.$$

591. Запишите по 4 числа: 1) больших 10, но меньших 11;
2) больших 4, но меньших 5.

592. При каких значениях b дробь $\frac{8}{b}$ неправильная?

593. Между какими последовательными натуральными числами заключены дроби:

1) $3\frac{5}{9}$; 2) $5\frac{13}{20}$; 3) $10\frac{1}{2}$; 4) $42\frac{1}{5}$; 5) $1\frac{13}{14}$.

594. Найдите ширину прямоугольника с длиной 4 см и площадью 15 см². Ответ запишите в виде смешанного числа.

595. Как можно поровну разделить 20 яблок между тремя детьми? Сколько яблок получит каждый?

596. Сравните числа и результат запишите в виде двойного неравенства:

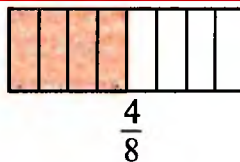
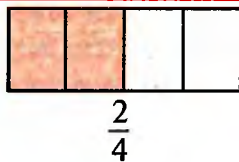
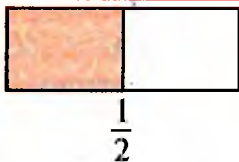
1) 5; $5\frac{3}{4}$ и 6; 2) 3; $3\frac{1}{5}$ и 4; 3) 2; $2\frac{1}{5}$ и $2\frac{1}{3}$.

597. Отделите целую и дробную части: $\frac{10}{3}$; $\frac{6}{6}$; $\frac{15}{4}$; $\frac{14}{7}$; $\frac{21}{9}$; $\frac{25}{6}$. Найдите соответствующие им точки на числовом луче.

42



Основное свойство дроби



Равны ли закрашенные части?

Перенесите рисунки в свои тетради. Одинаковые прямоугольники разделены на две, четыре и восемь равных частей.

Соответственно закрашены их $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ и $\frac{4}{8}$ части.

Из рисунков видно, что $\frac{1}{2}$ часть равна $\frac{2}{4}$, т.е. $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.

Аналогично, $\frac{2}{4}$ части равны $\frac{4}{8}$ частям, т.е. $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$. Итак, $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$.

Заметим, что: $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4}$; $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8}$.

Дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ и $\frac{4}{8}$ — различные записи одного и того же дробного числа.

Если числитель и знаменатель дроби умножить на одно и то же натуральное число, то получится дробь, равная данной дроби.

Это свойство называется **основным свойством дроби**.

С помощью этого свойства можно записать любое число дробей, равного данной.

Равенство $\frac{k}{n} = \frac{k \cdot m}{k \cdot n}$ выражает основное свойство дроби.

Примеры. 1) $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6}$; 3) $5 = \frac{5}{1} = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 4} = \frac{20}{4}$;

2) $\frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \frac{20}{28}$; 4) $1 = \frac{1}{1} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 3} = \frac{3}{3}$.

598. 1) Изменится ли значение дроби, если ее числитель и знаменатель умножить на одно и то же натуральное число? 2) В чем заключается основное свойство дроби? Объясните на примерах.

599. Объясните, почему верны равенства:

1) $\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$; 2) $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$; 3) $\frac{5}{9} = \frac{15}{27}$; 4) $\frac{1}{10} = \frac{5}{50}$?

600. На какое число умножили числитель и знаменатель:

1) $\frac{1}{8} = \frac{3}{24}$; 2) $\frac{4}{5} = \frac{28}{35}$; 3) $\frac{1}{2} = \frac{8}{16}$; 4) $\frac{7}{8} = \frac{49}{56}$?

601. Замените на дроби со знаменателем 24:

$\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{11}{12}$.

602. Разделите стороны прямоугольника со сторонами 6 см и 8 см на 6 равных частей. Закрасьте $\frac{5}{6}$ его частей. Пользуясь чертежом, покажите, что $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{20}{24}$.

603. Восстановите запись: $\frac{4}{5} = \frac{*}{10} = \frac{*}{15} = \frac{*}{20} = \frac{*}{25} = \frac{*}{30} = \frac{*}{35} = \frac{*}{40}$.

604. Решите уравнение:

1) $\frac{3}{4} = \frac{15}{x+7}$; 2) $\frac{5}{9} = \frac{x-3}{27}$; 3) $\frac{x+1}{24} = \frac{5}{8}$.

605. Запишите дробь $\frac{2}{7}$ в виде дроби со знаменателем: 14; 21; 35; 42; 63; 70; 84; 77; 98.

606. Запишите 4 дроби, равные: 1) $\frac{13}{15}$; 2) $\frac{5}{12}$, но с большими числителями и знаменателями.

607. Объясните, почему равны дроби:

1) $\frac{7}{9}$ и $\frac{21}{27}$; 3) $\frac{2}{3}$ и $\frac{80}{120}$; 5) $\frac{9}{11}$ и $\frac{36}{44}$;

2) $\frac{3}{8}$ и $\frac{36}{96}$; 4) $\frac{5}{28}$ и $\frac{25}{140}$; 6) $\frac{1}{5}$ и $\frac{13}{65}$.

608. Запишите дроби 1) $\frac{4}{3}$; 2) $\frac{8}{9}$; 3) $\frac{16}{25}$; 4) $\frac{7}{10}$; в виде дробей со знаменателями 15, 200, 36, 100 соответственно.

609. Решите уравнение:

1) $\frac{1}{6} = \frac{x}{36}$; 2) $\frac{5}{x} = \frac{55}{66}$; 3) $\frac{3}{14} = \frac{12}{x}$; 4) $\frac{x}{7} = \frac{24}{56}$.

610. Восстановите запись: $\frac{1}{4} = \frac{*}{8} = \frac{*}{12} = \frac{*}{16} = \frac{*}{20} = \frac{*}{24} = \frac{*}{28} = \frac{*}{32}$.

Равенство $\frac{30}{48} = \frac{5 \cdot 6}{8 \cdot 6} = \frac{5}{8}$ получается в результате деления числителя и знаменателя дроби на общий множитель 6.

Деление числителя и знаменателя дроби на общий делитель, отличный от 1, называется **сокращением дроби**.

Основное свойство дроби можно выразить и так.

Если числитель и знаменатель дроби имеют общий множитель, отличный от 1, то дробь можно сократить, при этом значение дроби не изменяется, получается дробь, равная предыдущей.

Примеры. Сократите дроби:

$$1) \frac{20}{40} = \frac{1 \cdot 20}{2 \cdot 20} = \frac{1}{2}; \quad 2) \frac{15}{35} = \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{3}{7}; \quad 3) \frac{75}{100} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{3}{4}.$$

Существуют и несократимые дроби.

У дробей $\frac{8}{9}$, $\frac{13}{14}$, $\frac{27}{100}$ числители и знаменатели взаимно-простые числа. Эти дроби несократимы.

Дроби, числители и знаменатели которых взаимно-простые числа, называются **несократимыми дробями**.

Для того чтобы получить несократимую дробь:

- находят НОД числителя и знаменателя;
- если он отличен от 1, то делят числитель и знаменатель на этот НОД.

Пример 1. Сократите дробь $\frac{384}{512}$.

1-ш а г. Находим НОД (384, 512).

$$384 = 2^7 \cdot 3, \quad 512 = 2^8, \quad \text{значит, НОД (384, 512)} = 2^7 = 128.$$

$$2\text{-ш а г. } \frac{384}{512} = \frac{3 \cdot 128}{4 \cdot 128} = \frac{3}{4}. \quad \text{Значит, } \frac{384}{512} = \frac{3}{4}.$$

Ответ: $\frac{3}{4}$.

Пример 2. Сократите дробь $\frac{120}{168}$.

$$\frac{120}{168} = \frac{60 \cdot 2}{84 \cdot 2} = \frac{30 \cdot 2}{42 \cdot 2} = \frac{15 \cdot 2}{21 \cdot 2} = \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{5}{7}. \quad \text{Ответ: } \frac{5}{7}.$$

Такое сокращение называется **последовательным**.

611. 1) Что значит сократить дробь?



2) Что такое несократимая дробь? Приведите примеры.

3) Какие дроби можно сократить?

612. Сократите дроби:

$$1) \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 3}; \quad 2) \frac{7 \cdot 2}{2 \cdot 15}; \quad 3) \frac{4 \cdot 9}{4 \cdot 11}; \quad 4) \frac{8 \cdot 17}{13 \cdot 17}; \quad 5) \frac{21 \cdot 8}{4 \cdot 70}.$$

613. Разделите числитель и знаменатель дробей $\frac{6}{12}$, $\frac{24}{18}$, $\frac{18}{24}$, $\frac{30}{36}$, $\frac{60}{120}$, $\frac{96}{108}$, $\frac{54}{78}$, $\frac{66}{42}$ на 6. Запишите результаты.

614. Разделите числитель и знаменатель на их НОД:

$$\frac{5}{10}, \quad \frac{10}{100}, \quad \frac{15}{55}, \quad \frac{34}{38}, \quad \frac{32}{40}, \quad \frac{33}{110}, \quad \frac{102}{180}, \quad \frac{28}{70}.$$

615. Уменьшите числитель и знаменатель в 7 раз:

$$1) \frac{7}{14}; \quad 2) \frac{14}{21}; \quad 3) \frac{35}{28}; \quad 4) \frac{77}{84}; \quad 5) \frac{63}{49}; \quad 6) \frac{98}{70}.$$

616. Найдите равную несократимую дробь:

$$1) \frac{24}{63}; \quad 2) \frac{33}{99}; \quad 3) \frac{98}{490}; \quad 4) \frac{18}{48}; \quad 5) \frac{66}{45}; \quad 6) \frac{303}{505}.$$

 **617.** Найдите подходящее значение x :

$$1) \frac{18}{x} = \frac{3}{5}; \quad 2) \frac{x}{40} = \frac{5}{8}; \quad 3) \frac{49}{56} = \frac{7}{x}; \quad 4) \frac{75}{100} = \frac{x}{4}.$$

 **618.** Запишите 4 дроби, равные дроби: 1) $\frac{24}{30}$; 2) $\frac{12}{60}$, но числитель и знаменатель которых меньше числителя и знаменателя этой дроби.

619. Найдите среди дробей сократимые и сократите их:

$$\frac{10}{40}, \frac{9}{20}, \frac{72}{90}, \frac{17}{5}, \frac{177}{177}, \frac{12}{30}, \frac{42}{56}, \frac{85}{102}, \frac{180}{210}, \frac{525}{105}.$$

620. Сократите дроби: $\frac{60}{54}, \frac{21}{35}, \frac{140}{150}, \frac{12}{40}, \frac{30}{9}, \frac{24}{72}, \frac{65}{105}, \frac{90}{70}.$

621. Отделите несократимые дроби: $\frac{7}{9}, \frac{10}{8}, \frac{18}{22}, \frac{22}{39}, \frac{12}{36}, \frac{29}{45}.$

622. Сократите дроби и запишите их целую часть:

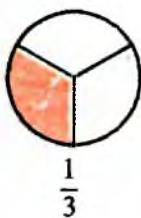
$$\frac{40}{16}, \frac{72}{60}, \frac{1080}{18}, \frac{168}{96}, \frac{236}{40}, \frac{488}{80}, \frac{140}{60}, \frac{144}{64}, \frac{150}{45}.$$

623. Сократите дроби: $\frac{10}{20}, \frac{75}{100}, \frac{180}{120}, \frac{101}{303}, \frac{125}{725}, \frac{84}{105}, \frac{25}{45}, \frac{34}{85}.$

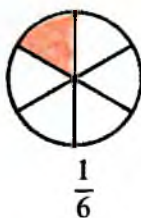
44



Приведение дробей к общему знаменателю



+



=

?

У дробей $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{12}$ одинаковые знаменатели. Говорят, что у них общий знаменатель. Но у дробей $\frac{14}{15}$ и $\frac{11}{12}$ знаменатели разные.

Благодаря основному свойству дроби, их можно привести к общему знаменателю.

Пример 1. Привести дроби $\frac{14}{15}$, $\frac{11}{12}$ и $\frac{32}{48}$ к общему знаменателю.

1-й шаг. Сократим дроби. Дробь $\frac{32}{48}$ можно сократить:

$$\frac{32}{48} = \frac{2 \cdot 16}{3 \cdot 16} = \frac{2}{3}.$$

Числитель и знаменатель дроби разделим на 16:

Тогда нужно будет привести к общему знаменателю дроби $\frac{14}{15}$, $\frac{11}{12}$ и $\frac{2}{3}$.

2-й шаг. Находим наименьшее общее кратное знаменателей: НОК (15, 12, 3).

Так как $15 = 3 \cdot 5$; $12 = 2^2 \cdot 3$, то НОК (15, 12, 3) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

3-й шаг. Найденное НОК — 60 делим на каждый знаменатель: $60 : 15 = 4$; $60 : 12 = 5$; $60 : 3 = 20$.

Числа 4, 5 и 20 называются **дополнительными множителями** дробей $\frac{14}{15}$, $\frac{11}{12}$ и $\frac{2}{3}$ соответственно.

4-й шаг. Умножаем соответственно числители и знаменатели дробей на их дополнительные множители.

$$\frac{14}{15} = \frac{14 \cdot 4}{15 \cdot 4} = \frac{56}{60}; \quad \frac{11}{12} = \frac{11 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{55}{60}; \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 20}{3 \cdot 20} = \frac{40}{60}.$$

В результате получим дроби с одинаковыми знаменателями и равными данными дробям.

Ответ: $\frac{56}{60}$, $\frac{55}{60}$, $\frac{40}{60}$.

Общий знаменатель данных дробей — это наименьшее общее кратное их знаменателей, т.е. НОК знаменателей дробей.

Привести дроби к общему знаменателю — это значит выразить их в одинаковых долях.

Пример 2. Приведите дроби $\frac{29}{100}$ и $\frac{4}{25}$ к общему знаменателю.

Знаменатель первой дроби делим на знаменатель второй дроби: $100 : 25 = 4$.

В таком случае больший из знаменателей становится общим знаменателем. Дополнительный множитель для второй дроби равен 4.

Ответ: $\frac{29}{100}, \frac{16}{100}$.

Пример 3. Приведите дроби $\frac{3}{8}$ и $\frac{4}{5}$ к общему знаменателю.

Знаменатели дробей — взаимно-простые числа. В таком случае, общий знаменатель равен произведению знаменателей данных дробей: $8 \cdot 5 = 40$.

Итак, $\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{15}{40}$; $\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 8}{5 \cdot 8} = \frac{32}{40}$. Ответ: $\frac{15}{40}, \frac{32}{40}$.

- 624.** 1) Что значит привести дроби к общему знаменателю?
 2) Чему равен общий знаменатель дробей, если больший из них делится на остальные? Если знаменатели взаимно-простые числа?

625. Приведите дроби к общему знаменателю:

1) $\frac{7}{10}$ и $\frac{3}{20}$; 3) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{12}$; 5) $\frac{6}{13}$ и $\frac{2}{39}$;
 2) $\frac{4}{35}$ и $\frac{2}{5}$; 4) $\frac{11}{45}$ и $\frac{2}{15}$; 6) $\frac{9}{22}$ и $\frac{1}{2}$.

626. Приведите дроби к общему знаменателю:

1) $\frac{3}{10}$ и $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{4}{5}$ и $\frac{4}{9}$; 3) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{7}$; 4) $\frac{5}{8}$ и $\frac{7}{11}$.

627. Выразите в одинаковых долях:

1) $\frac{4}{25}$ и $\frac{9}{10}$; 3) $\frac{3}{20}$ и $\frac{2}{15}$; 5) $\frac{8}{21}$ и $\frac{11}{14}$;
 2) $\frac{5}{6}$ и $\frac{4}{9}$; 4) $\frac{3}{4}$ и $\frac{9}{10}$; 6) $\frac{3}{8}$ и $\frac{7}{12}$.

628. Приведите дроби к общему знаменателю, сократив их:

1) $\frac{3}{9}$ и $\frac{15}{25}$; 2) $\frac{4}{6}$ и $\frac{6}{8}$; 3) $\frac{2}{4}$ и $\frac{6}{9}$; 4) $\frac{21}{98}$ и $\frac{20}{84}$.

629. Выразите в одинаковых долях:

- 1) $\frac{3}{25}$ и $\frac{17}{300}$; 3) $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{20}$ и $\frac{17}{60}$; 5) $\frac{11}{30}$, $\frac{19}{180}$ и $\frac{1}{15}$;
2) $\frac{13}{45}$ и $\frac{1}{90}$; 4) $\frac{5}{9}$, $\frac{2}{15}$ и $\frac{37}{45}$; 6) $\frac{5}{18}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{67}{72}$ и $\frac{3}{2}$.

630. Сколько дробей со знаменателем 30 между $\frac{2}{3}$ и $\frac{5}{6}$?

631. Приведите дроби к общему знаменателю, сократив их:

- 1) $\frac{12}{108}$ и $\frac{70}{180}$; 2) $\frac{14}{35}$ и $\frac{20}{45}$; 3) $\frac{20}{225}$ и $\frac{50}{250}$.

632. Приведите дроби к общему знаменателю:

- 1) $\frac{3}{8}$ и $\frac{15}{16}$; 3) $\frac{5}{9}$ и $\frac{41}{81}$; 5) $\frac{5}{14}$ и $\frac{23}{70}$;
2) $\frac{9}{100}$ и $\frac{7}{25}$; 4) $\frac{11}{75}$ и $\frac{14}{15}$; 6) $\frac{19}{80}$ и $\frac{13}{16}$.

633. Приведите дроби к общему знаменателю:

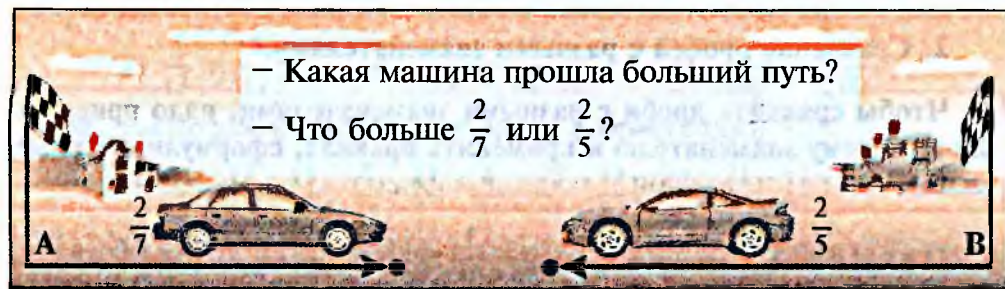
- 1) $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{10}$; 2) $\frac{6}{25}$ и $\frac{7}{40}$; 3) $\frac{5}{16}$ и $\frac{1}{6}$; 4) $\frac{1}{8}$ и $\frac{5}{18}$.

634. Выразите в одинаковых долях:

- 1) $\frac{7}{8}$ и $\frac{1}{14}$; 2) $\frac{3}{8}$ и $\frac{1}{10}$; 3) $\frac{7}{12}$ и $\frac{8}{9}$; 4) $\frac{3}{10}$ и $\frac{5}{6}$.



Сравнение дробей



1. Сравнение дробей с равными знаменателями.

Задача. Начертите отрезок длиной 5 см. Чему равны в сантиметрах его части $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$?

Решение. Примем заданный отрезок за единичный. Разделим его на 5 равных частей длиной 1 см. Тогда длина одной части 1 см, 2 частей 2 см, 3 частей 3 см, 4 частей 4 см.

Дроби	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$
Соответствующие длины, см	1	2	3	4

Из двух дробей с равными знаменателями большая та, у которой числитель больше.

Из двух дробей с равными знаменателями меньшая та, у которой числитель меньше.

Для сравнения дробей с равными знаменателями достаточно сравнить их числители.

Пример 1. Сравните дроби $\frac{3}{10}$ и $\frac{7}{10}$. Так как $3 < 7$, то $\frac{3}{10} < \frac{7}{10}$.

Пример 2. Сравните дроби $\frac{4}{8}$ и $\frac{2}{8}$. Так как $4 > 2$ то $\frac{4}{8} > \frac{2}{8}$.

Вообще, если $k > m$, то $\frac{k}{n} > \frac{m}{n}$.

2. Сравнение дробей с разными знаменателями.

Чтобы сравнить дроби с разными знаменателями, надо привести их к общему знаменателю и применить правила, сформулированные выше.

Пример 1. Сравните дроби $\frac{3}{10}$ и $\frac{4}{15}$.

НОК (10; 15) = 30 — общий знаменатель, дополнительными множителями будут $30 : 10 = 3$ и $30 : 15 = 2$.

Тогда, $\frac{3}{10} = \frac{9}{30}$ и $\frac{4}{15} = \frac{8}{30}$. Однако, $\frac{9}{30} > \frac{8}{30}$, значит, $\frac{3}{10} > \frac{4}{15}$.

Из двух дробей с одинаковым числителем больше та, у которой знаменатель меньше.

Из двух дробей с одинаковым числителем меньше та, у которой знаменатель больше.

Для сравнения дробей со одинаковыми числителями достаточно сравнить их знаменатели.

Пример 1. Сравните дроби $\frac{3}{5}$ и $\frac{3}{4}$. Так как $5 > 4$, то $\frac{3}{5} < \frac{3}{4}$.

Вообще, если $n > m$, то $\frac{k}{m} > \frac{k}{n}$.

- 635.** 1) Как сравниваются дроби с равными знаменателями?
С равными числителями? Поясните на примерах.
2) Как сравниваются дроби с разными знаменателями?

636. Сравните дроби и запишите, используя знаки «>» «<»:

1) $\frac{3}{7}$ и $\frac{4}{7}$; 2) $\frac{7}{13}$ и $\frac{10}{13}$; 3) $\frac{2005}{2007}$ и $\frac{2006}{2007}$.

637. Сравните дроби:

1) $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{67}{99}$ и $\frac{67}{100}$; 5) $\frac{777}{2006}$ и $\frac{777}{2007}$;
2) $\frac{5}{13}$ и $\frac{5}{11}$; 4) $\frac{43}{100}$ и $\frac{43}{80}$; 6) $\frac{1991}{2008}$ и $\frac{1991}{2007}$.

638. Расположите дроби в порядке возрастания:

$$\frac{12}{21}, \frac{13}{21}, \frac{5}{21}, \frac{11}{21}, \frac{8}{21}, \frac{25}{21}, \frac{19}{21}, \frac{20}{21}, \frac{21}{21}, \frac{17}{21}.$$

Укажите наибольшую и наименьшую среди них.

639. Сравните дроби, предварительно сократив их:

1) $\frac{28}{36} \nless \frac{42}{39}$; 2) $\frac{18}{24} \nless \frac{45}{75}$; 3) $\frac{26}{78} \nless \frac{34}{136}$.

 **640.** Сравните дроби:

1) $\frac{33}{34} \nless \frac{34}{35}$; 2) $\frac{17}{18} \nless \frac{18}{19}$; 3) $\frac{49}{50} \nless \frac{50}{51}$.

Образец. Вместо того чтобы сравнивать две **правильные** дроби, можно сравнить их **дополнения** до 1. Большей будет та из дробей, дополнение которой меньше. Например, срав-

ним $\frac{13}{14}$ и $\frac{14}{15}$. Дополнение дроби $\frac{13}{14}$ до 1 равно:

$$1 - \frac{13}{14} = \frac{14}{14} - \frac{13}{14} = \frac{1}{14}; \text{ дополнение } \frac{14}{15} \text{ равно } \frac{1}{15}, \text{ так как}$$

$$1 - \frac{14}{15} = \frac{15}{15} - \frac{14}{15} = \frac{1}{15}. \text{ Но, } \frac{1}{14} > \frac{1}{15}, \text{ значит, } \frac{13}{14} < \frac{14}{15}.$$

 **641.** Найдите все натуральные числа b , для которых верно неравенство: 1) $\frac{b}{6} < 1$; 2) $\frac{b}{4} < 2$.

 **642.** Найдите несколько значений a , для которых верно двойное неравенство $\frac{1}{36} < a < \frac{1}{6}$. Сколько таких значений?

643. Сравните, используя знаки « $=$ » и « $\neq$ »:

1) $\frac{4}{5}$ и $\frac{8}{10}$; 2) $\frac{3}{5}$ и $\frac{4}{15}$; 3) $\frac{4}{3}$ и $\frac{17}{16}$.

644. Сравните дроби. Какая из них ближе к 1:

1) $\frac{5}{6}$ и $\frac{6}{7}$; 2) $\frac{9}{10}$ и $\frac{17}{18}$; 3) $\frac{6}{7}$ и $\frac{8}{9}$; 4) $\frac{20}{21}$ и $\frac{11}{12}$?

645. Приведите к одинаковым числителям и сравните:

1) $\frac{5}{8}$ и $\frac{15}{18}$; 3) $\frac{2}{13}$ и $\frac{14}{75}$; 5) $\frac{7}{9}$ и $\frac{28}{35}$;

2) $\frac{28}{29}$ и $\frac{7}{8}$; 4) $\frac{12}{5}$ и $\frac{4}{3}$; 6) $\frac{70}{79}$ и $\frac{14}{9}$.

646. Сравните, приведя к общему знаменателю:

1) $\frac{19}{45}$ и $\frac{17}{30}$; 2) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$ и $\frac{1}{4}$.

647. Сколько дробей со знаменателем 24 между $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{3}$.

648. Сравните дроби: 1) $\frac{17}{18}$ и $\frac{35}{36}$; 2) $\frac{20}{21}$ и $\frac{19}{20}$.

46



Понятие об угле. Развернутый и прямой углы



1. Понятие об угле. В младших классах вы познакомились с начальными понятиями геометрии. На уроках вы чертили в тетрадях и на доске отрезки, прямые линии, треугольники, многоугольники. Все это примеры **геометрических фигур**.

Гладь озера, классная доска, поверхность стола, просто обложка книги дают некоторое представление о **плоскости**.

Перечертите в тетрадь рисунок 24.

На рисунке изображены лучи OA и OB , имеющие общую вершину O . Они делят плоскость (лист вашей тетради) на две части — на рисунке они закрашены разными цветами. Каждую из этих частей называют **углом**.

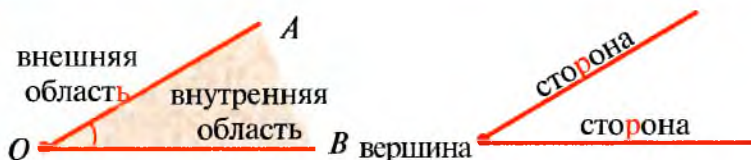


Рис. 24.

Точку O называют **вершиной** угла, лучи OA и OB — **сторонами** угла. Знак « $\angle$ » — значок угла.

Угол можно обозначить буквой, проставленной на его вершине: $\angle O$. Этот же угол можно обозначить и тремя буквами $\angle AOB$ (или $\angle BOA$). При этом букву, проставленную на вершине угла, пишут в **середине**.

Читают: «Угол AOB » или «Угол O ».

Рассматриваемый угол, обычно, отмечают дужкой: $\angle$.

2. Развернутый угол. Начертите на листе прямую AB . Отметьте на ней точку O . Прямая разбивается на два луча, имеющих общую вершину O . Прямая разбивает плоскость на две части. Каждая часть является развернутым углом (рис. 25).

Угол со сторонами, составляющими одну прямую, называется **развернутым**.

3. Прямой угол. С понятием прямого угла вы уже знакомы. Ответим на вопрос, когда одна фигура будет равна другой.

Если одна фигура совмещается с другой при наложении, то такие фигуры называются **равными**.

Сложим лист бумаги так, чтобы луч AO пошел по лучу OB . Затем разворачиваем лист. **Линия сгиба** разобьет развернутый угол на два **равных смежных угла**. Каждая из этих частей является прямым углом (рис. 26).

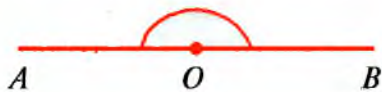


Рис. 25.

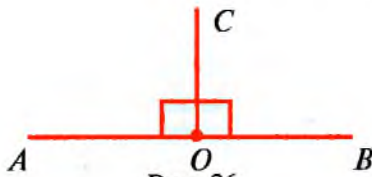


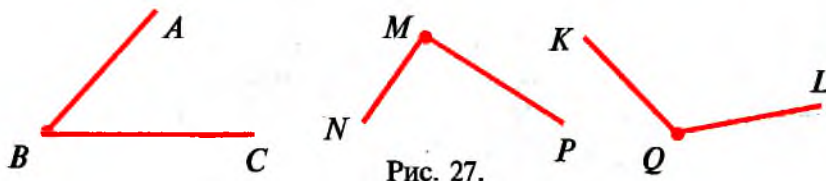
Рис. 26.

Угол, равный половине развёрнутого угла, называется **прямым углом**.

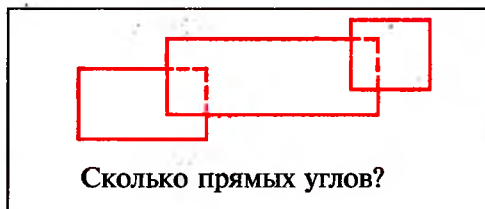
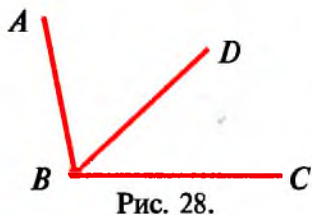
$\angle AOC$ и $\angle BOC$ — прямые углы. В том, что они равны, легко убедиться: согнув чертеж по линии OC , совместим углы $\angle BOC$ и $\angle AOC$. Значит, $\angle AOC$ и $\angle BOC$ — прямые углы.

649. 1) Что такое угол? На какие части он разделяет плоскость?
 2) Что называется вершиной угла, его сторонами?
 3) Какой угол называют развёрнутым? Прямым?
 4) Как обозначают угол? Как читается запись?

650. Назовите вершины и стороны углов на рисунке 27. Запишите и прочитайте их обозначения.



651. Приведите примеры углов из окружающих вас предметов.
 652. Проведите три луча OA , OB и OC с общей вершиной O . Назовите полученные углы.
 653. Назовите углы на рисунке 28. Какой луч будет общим для углов $\angle ABD$ и $\angle DBC$?



Сколько прямых углов?

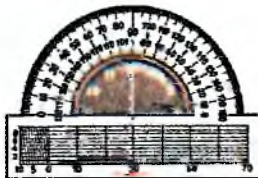
654. Если отрезать три угла треугольника, то получится фигура со сколькими углами? Начертите соответствующие рисунки.
 655. Если отрезать 4 угла квадрата, то может получиться фигура со сколькими углами? Начертите соответствующие рисунки.

656. Начертите угол MNP и проведите луч NQ между его сторонами. Запишите получившиеся углы.
657. Начертите в тетради две прямые, пересекающиеся под прямым углом.
658. Начертите два угла так, чтобы вершина одного лежала на стороне другого.
659. Обозначьте точку O . Начертите три прямые, пересекающиеся в точке O . Запишите образовавшиеся при этом углы. Есть ли среди них развернутый угол?

47



Измерение углов. Транспорт



Сколько раз за сутки совместятся стрелки часов? Составят прямой угол?

1. Измерение углов.

Одна стовосьмидесятая $\left(\frac{1}{180}\right)$ часть развернутого угла называется градусом и обозначается 1° . За единицу измерения углов принимается **один градус**.

Градусная мера развернутого угла равна 180° . Тогда градусная мера прямого угла, как половины развернутого, равна 90° (рис.26).

Единицы измерения углов, меньшие 1° , называются **минута** и **секунда**.

$1^\circ = 60'$ (60 минут, «'» — знак минуты).

$1' = 60''$ (60 секунд, «''» — знак секунды).

$1^\circ = 3600''$.

Градусные меры равных углов равны. Угол, меньше прямого угла, называется **острым**.

Градусные мера острого угла меньше 90° (рис. 30).

Угол, градусная мера которого больше прямого угла, но меньше развернутого, называется **тупым**.

На рисунке 31 изображен тупой угол.

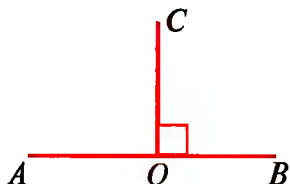


Рис. 29.

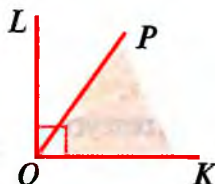


Рис. 30.

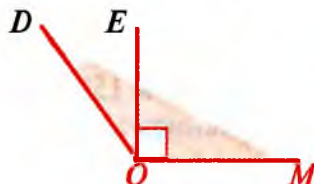


Рис. 31.

2. Транспортир. Углы измеряют с помощью специального инструмента — транспортира. На рис. 32 показано, как с помощью транспортира измеряют углы $\angle BOC = 90^\circ$; $\angle POK = 40^\circ$; $\angle FOD = 120^\circ$.

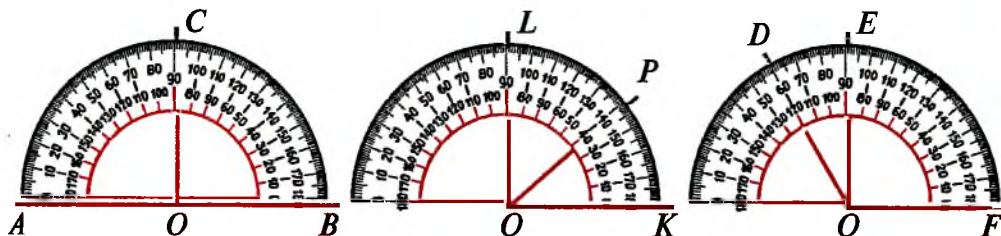


Рис. 32.

660. 1) Что такое угол в 1° ? Что является основной единицей измерения углов?



2) Какие углы называются равными?

3) Какой угол называется острым? Тупым?

4) С помощью какого инструмента измеряют углы?

661. Какие из углов 11° , 101° , 90° , 35° , 94° , 180° , 145° : 1) острые; 2) прямые; 3) тупые; 4) развернутые?

662. Прямой угол разделен лучами на 3 равных угла. Найдите градусную меру каждого.
663. Выразите: 1) 3° ; 5° ; $6^\circ 25'$; $8^\circ 50'$ в минутах; 2) $360'$; $180'$; $240'$; $300'$ в градусах.
664. Измерьте углы, полученные при пересечении двух прямых. Запишите: 1) равные углы; 2) углы, сумма градусных мер которых равна 180° .
665. Будильник показывает 9 часов. На сколько градусов изменится угол между стрелками через 1 час? Через 12 часов?
666. Угол в 15° рассматривают через лупу с 10-кратным увеличением. Каким виден этот угол через лупу?
667. Какие углы на рисунке 33: 1) прямые; 2) острые; 3) тупые; 4) развернутые?

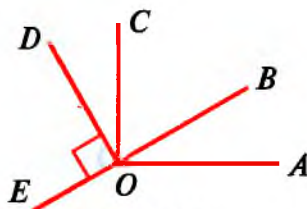


Рис. 33.

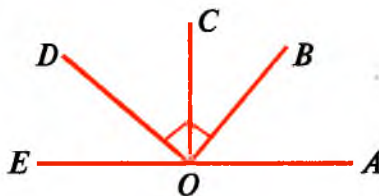


Рис. 34.

668. Найдите градусную меру угла $\angle BOC$, если $\angle AOD = 140^\circ$ (рис. 34)?
669. Каковы меры углов, которые образуют стрелки часов в 1 час, 2 часа, ..., 12 часов?
670. Один из углов, полученных при пересечении двух прямых, равен 35° . Найдите остальные углы.
671. Выразите в градусах и минутах: $140'$; $150'$; $200'$; $90'$; $81'$.
672. Лучи OC и OD делят развернутый угол AOB на 3 равных угла. Чему равен каждый из них?
673. Начертите развернутый угол AOB . Постройте $\angle COB = 110^\circ$. Чему равен $\angle AOC$?

Тест

5

Проверь себя!

1. Какую часть суток составляют 8 часов?

- A) $\frac{1}{3}$; B) 3; C) 16; D) $\frac{1}{8}$.

2. Обратите неправильную дробь в смешанное число: $\frac{87}{19}$.

- A) $4\frac{11}{19}$; B) $4\frac{7}{19}$; C) $3\frac{30}{19}$; D) 4.

3. При каком натуральном значении x верно равенство $\frac{20}{x} = \frac{4}{5}$?

- A) 25; B) 36; C) 45; D) 81;

4. Сколько дробей со знаменателем 36 между $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$?

- A) 1; B) 2; C) 3; D) 4.

5. Сравните дроби: $a = \frac{7}{15}$ и $b = \frac{23}{45}$.

- A) $\frac{7}{15} = \frac{23}{45}$; B) $\frac{7}{15} > \frac{23}{45}$; C) $\frac{7}{15} < \frac{23}{45}$; D) $\frac{24}{45} < \frac{23}{45}$.

6. Запишите числа $a = \frac{49}{150}$; $b = \frac{102}{300}$ и $c = \frac{22}{75}$ в порядке возрастания.

- A) $a < c < b$; B) $b < c < a$; C) $c < a < b$; D) $a < b < c$.

7. Запишите числа $a = \frac{31}{120}$; $b = \frac{19}{60}$ и $c = \frac{13}{40}$ в порядке убывания.

- A) $a > b > c$; B) $c > b > a$; C) $a > b > c$; D) $b > a > c$.

8. Один из углов, полученных при пересечении двух прямых, равен 30° градусам. Найдите остальные углы.

- A) 150° ; 150° ; 30° ; C) 110° ; 110° ; 110° ;
B) 60° ; 60° ; 30° ; D) 130° ; 190° ; 70° .

§ 6. Сложение и вычитание дробей

48



Сложение дробей с одинаковыми знаменателями



Объясните верность равенств!

Задача. Дильдора разделила прямоугольник на 8 равных частей. Две части она закрасила синим цветом, а одну зеленым. Какая часть прямоугольника закрашена?

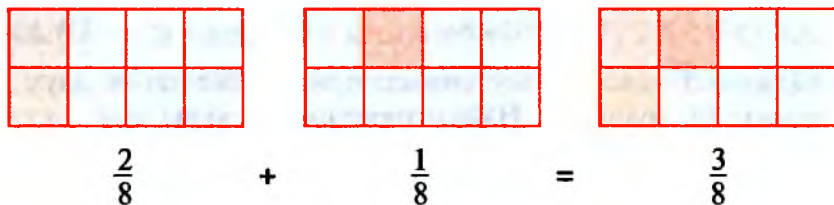
Решение. 1-й вопрос. Сколько частей прямоугольника закрашено в синий цвет?

$\frac{2}{8}$, так как из 8 частей в синий цвет закрашено 2.

2-й вопрос. Сколько частей прямоугольника закрашено в зеленый цвет?

$\frac{1}{8}$, так как из 8 частей в зеленый цвет закрашена одна.

3-й вопрос. Какая часть прямоугольника закрашена?



$2 + 1 = 3$ — числитель; 8 — знаменатель не изменяется.

Ответ: Закрашено $\frac{3}{8}$ часть.

Для сложения дробей с одинаковыми знаменателями:

1-й шаг. Сложим числители дробей;

2-й шаг. Результат записываем на числитель суммы;

3-й шаг. А на знаменатель суммы записываем сам знаменатель дробей (без изменения).

$$\begin{array}{r} \frac{3}{10} + \frac{4}{10} \\ 3 + 4 = 7 \\ \frac{7}{10} \end{array}$$

Значит, $\frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{3+4}{10} = \frac{7}{10}$.

Вообще, $\frac{k}{n} + \frac{m}{n} = \frac{k+m}{n}$, где k, m и n — натуральные числа.

Примеры. 1) $\frac{11}{30} + \frac{7}{30} = \frac{11+7}{30} = \frac{18}{30}$; 2) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = 1$.

Дробь, числитель и знаменатель которой взаимно равны, равна:

$$\frac{n}{n} = 1.$$

Это равенство означает, что взяты все части, на которые было разделено целое.

Сложение дробей удовлетворяет переместительному и сочетательному законам, так же, как и натуральные числа.

674. 1) Как складываются дроби с одинаковыми знаменателями? 2) Как записать правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями в общем виде?

3) Чему равна дробь, в которой числитель и знаменатель взаимно равны?

675. Сложите дроби:

$$1) \frac{1}{9} + \frac{1}{9}; \quad 2) \frac{1}{15} + \frac{12}{15}; \quad 3) \frac{4}{11} + \frac{1}{11}; \quad 4) \frac{2000}{2007} + \frac{6}{2007}.$$

676. Сложите дроби, сумму сократите:

1) $\frac{2}{5} + \frac{3}{5}$; 2) $\frac{1}{8} + \frac{5}{8}$; 3) $\frac{5}{14} + \frac{3}{14}$; 4) $\frac{7}{25} + \frac{13}{25}$

677. Найдите сумму:

1) $\frac{10}{27} + \frac{3}{25}$; 2) $\frac{9}{35} + \frac{31}{35}$; 3) $\frac{19}{50} + \frac{21}{50}$; 4) $\frac{22}{55} + \frac{43}{55}$.

678. Вычислите:

1) $\frac{5}{10} \text{ м} + \frac{4}{10} \text{ м}$; 2) $\frac{1}{5} \text{ дм} + \frac{3}{5} \text{ дм}$; 3) $\frac{4}{100} \text{ м} + \frac{11}{100} \text{ м}$.

679. Длина прямоугольника $\frac{7}{10}$ см, ширина $\frac{3}{10}$ см. Найдите периметр прямоугольника.

680. При каких натуральных значениях b верны равенства:

1) $\frac{b}{30} + \frac{13}{30} = \frac{29}{30}$; 2) $\frac{5}{28} + \frac{b}{28} = \frac{27}{28}$; 3) $\frac{b}{43} + \frac{5}{43} = \frac{31}{43}$.

681. Найдите сумму:

1) $\frac{3}{14} + \frac{1}{14} + \frac{5}{14}$; 2) $\frac{5}{18} + \frac{1}{18} + \frac{7}{18}$; 3) $\frac{11}{100} + \frac{17}{100} + \frac{33}{100}$.

682. Может ли сумма дробей с одинаковыми знаменателями быть правильной (неправильной) дробью? Приведите примеры.

683. 1) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1+1}{4+4} = \frac{2}{8}$; 2) $\frac{3}{17} + \frac{5}{17} = \frac{3+5}{17+17} = \frac{8}{34}$.

Правильно ли выполнено сложение? Где ошибка? Вычислите правильно.

684. Пусть $a = \frac{4}{17}; \frac{5}{17}; \frac{8}{17}; \frac{10}{17}; \frac{16}{17}$. Найдите значение выражения:

1) $a + \frac{3}{17}$; 2) $\frac{16}{17} + a$.

685. Найдите сумму:

1) $\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$; 2) $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$; 3) $\frac{1}{10} + \frac{8}{10}$; 4) $\frac{5}{2006} + \frac{4}{2006}$.

686. Эркин обработал $\frac{3}{14}$ части виноградника, Абдулхак $\frac{5}{14}$ частей. Какую часть они обработали вместе?

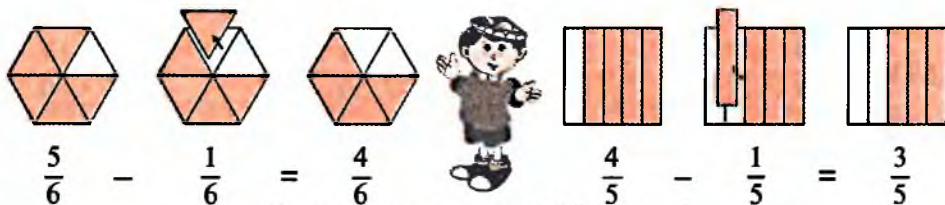
687. Сложите дроби, сумму сократите:

$$1) \frac{7}{10} + \frac{3}{10}; \quad 2) \frac{4}{20} + \frac{6}{20}; \quad 3) \frac{33}{100} + \frac{67}{100}; \quad 4) \frac{7}{18} + \frac{11}{18}.$$

49



Вычитание дробей с одинаковыми знаменателями



Верны ли равенства? Почему?

Для вычитания дробей с одинаковыми знаменателями:

1-й шаг. Вычитаем из числителя уменьшаемого

числитель вычитаемого;

2-й шаг. Результат записываем на числитель разности;

3-й шаг. В знаменатель вычитания записываем

знаменатель дробей (без изменения).

Итак, $\frac{8}{10} - \frac{3}{10} = \frac{5}{10}.$

Вообще, k, m и n для натуральных чисел $\frac{k}{n} - \frac{m}{n} = \frac{k-m}{n}$, где $k \geq m$.

Примеры. 1) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5-3}{8} = \frac{2}{8};$ 2) $\frac{4}{9} - \frac{4}{9} = \frac{4-4}{9} = \frac{0}{9} = 0.$

Разность взаимно равных (одинаковых) дробей равна 0:

$$\frac{k}{n} - \frac{k}{n} = \frac{k-k}{n} = \frac{0}{n} = 0.$$

$$\frac{8}{10} - \frac{3}{10}$$

$$8 - 3 = 5$$

$$\frac{5}{\dots}$$

$$\frac{5}{10}$$

- 688.** 1) Как вычитаются дроби с одинаковыми знаменателями?
 2) Как записывается правило разности дробей с одинаковыми знаменателями в общем виде?

Найдите разность (689–691):

689. 1) $\frac{11}{20} - \frac{7}{20}$; 2) $\frac{37}{60} - \frac{7}{60}$; 3) $\frac{9}{10} - \frac{3}{10}$; 4) $\frac{19}{100} - \frac{15}{100}$.

690. 1) $\frac{4}{15} - \frac{2}{15}$; 2) $\frac{9}{19} - \frac{7}{19}$; 3) $\frac{5}{18} - \frac{1}{18}$; 4) $\frac{11}{32} - \frac{9}{32}$.

691. 1) $\frac{19}{27} - \frac{2}{27}$; 2) $\frac{18}{19} - \frac{7}{19}$; 3) $\frac{34}{50} - \frac{21}{50}$; 4) $\frac{79}{80} - \frac{19}{80}$.

692. Проверьте правильность вычитания 2-я способами:

1) $\frac{21}{23} - \frac{4}{23} = \frac{17}{23}$; 2) $\frac{15}{29} - \frac{8}{29} = \frac{7}{29}$; 3) $\frac{37}{50} - \frac{14}{50} = \frac{23}{50}$.

693. Вычислите:

1) $\frac{47}{31} - \frac{17}{31} - \frac{20}{31}$; 2) $\frac{26}{30} - \frac{12}{30} - \frac{14}{30}$; 3) $\frac{9}{16} - \frac{5}{16} - \frac{3}{16}$.

694. Пусть $a = 1; 5; 10; 100$, найдите значение выражения $\frac{8}{a} - \frac{3}{a}$.

695. Пусть $a = \frac{1}{9}; \frac{2}{9}; \frac{4}{9}; \frac{5}{9}; \frac{7}{9}; \frac{8}{9}$, найдите $a - \frac{1}{9}$.

696. Сумма двух чисел $\frac{49}{69}$, одно из слагаемых $\frac{19}{69}$. Найдите второе слагаемое.

697. Проверьте правильность сложения двумя способами:

1) $\frac{14}{25} + \frac{10}{25} = \frac{24}{25}$; 2) $\frac{17}{32} + \frac{3}{32} = \frac{20}{32}$; 3) $\frac{11}{44} + \frac{12}{44} = \frac{23}{44}$.

698. Решите уравнение:

1) $\frac{4}{31} + x = \frac{7}{31}$; 2) $x + \frac{21}{25} = \frac{31}{25}$; 3) $\frac{46}{53} - a = \frac{5}{53}$.

699. При каких натуральных значениях a верно равенство:

1) $\frac{a}{33} - \frac{5}{33} = 0$; 2) $\frac{14}{9} - \frac{a}{9} = 1$; 3) $\frac{a}{16} - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$?

700. Найдите разность:

1) $\frac{5}{3} - \frac{2}{3}$;

2) $\frac{8}{5} - \frac{3}{5}$;

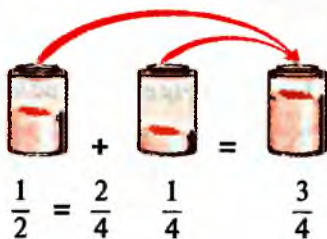
3) $\frac{17}{12} - \frac{11}{12}$;

4) $\frac{19}{30} - \frac{4}{30}$.

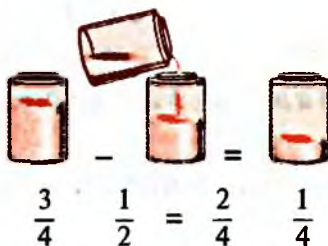
50



Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями



Поясните
рисунок!



Задача 1. Турист прошел в первый день $\frac{3}{10}$ пути, во второй $\frac{1}{4}$ пути. Какой путь он прошел за два дня?

Для решения задачи необходимо найти сумму $\frac{3}{10} + \frac{1}{4}$.

Решение. Турист за два дня прошел $\frac{3}{10} + \frac{1}{4}$ часть пути. Дроби $\frac{3}{10}$ и $\frac{1}{4}$ имеют разные знаменатели. Приведем их к общему знаменателю.

Напомним, что общий знаменатель равен наименьшему общему кратному знаменателей данных дробей — это НОК (10; 4).

$$10 = 2 \cdot 5; 4 = 2 \cdot 2, \text{ значит, } \text{НОК}(10, 4) = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20.$$

Следовательно, общий знаменатель дробей $\frac{3}{10}$ и $\frac{1}{4}$ равен 20.

Дополнительный множитель для первой дроби $20 : 10 = 2$, для второй — $20 : 4 = 5$.

Таким образом, $\frac{2\cancel{3}}{10} + \frac{5\cancel{1}}{4} = \frac{3 \cdot 2}{20} + \frac{1 \cdot 5}{20} = \frac{6}{20} + \frac{5}{20} = \frac{6+5}{20} = \frac{11}{20}$.

Ответ. За 2 дня турист прошел $\frac{11}{20}$ пути.

Чтобы сложить дроби с разными знаменателями надо:

1-й шаг. Привести их к общему знаменателю.

2-й шаг. Воспользоваться правилом сложения дробей с одинаковыми знаменателями.

Задача 2. В фермерском хозяйстве под бахчевые отвели $\frac{5}{6}$ га. На $\frac{1}{4}$ га посадили арбузы. Сколько земли отвели под дыни?

Для того чтобы найти решение, надо найти разность $\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$.

Решение. Приведем к общему знаменателю дроби $\frac{5}{6}$ и $\frac{1}{4}$.
Наименьшее натуральное число, которое делится и на 6, и на 4, это 12.

$6 = 2 \cdot 3$; $4 = 2 \cdot 2$, НОК $(6, 4) = 2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$.

Дополнительный множитель для первой дроби: $12 : 6 = 2$;

Дополнительный множитель для второй дроби: $12 : 4 = 3$.

Следовательно, $\frac{2\cancel{5}}{6} - \frac{3\cancel{1}}{4} = \frac{5 \cdot 2}{12} - \frac{1 \cdot 3}{12} = \frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{10-3}{12} = \frac{7}{12}$.

Ответ: Под дыню отведено $\frac{7}{12}$ га.

Чтобы найти разность дробей с разными знаменателями, надо:

1-й шаг. Привести их к общему знаменателю.

1-й шаг. Воспользоваться правилом разности дробей с одинаковыми знаменателями.

- 701.** 1) Как найти сумму дробей с разными знаменателями?
2) Как найти разность дробей с разными знаменателями?
Приведите примеры.

Сложите дроби (702–703):

702. 1) $\frac{17}{25} + \frac{1}{5}$; 2) $\frac{1}{15} + \frac{1}{3}$; 3) $\frac{7}{12} + \frac{5}{24}$; 4) $\frac{7}{36} + \frac{1}{6}$.

703. 1) $\frac{5}{6} + \frac{9}{10}$; 2) $\frac{3}{10} + \frac{3}{4}$; 3) $\frac{1}{12} + \frac{7}{20}$; 4) $\frac{3}{14} + \frac{3}{4}$.

704. Найдите разность:

1) $\frac{7}{8} - \frac{1}{4}$; 2) $\frac{9}{10} - \frac{3}{5}$; 3) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$; 4) $\frac{4}{7} - \frac{5}{28}$.

705. Проверьте вычитание сложением:

1) $\frac{3}{10} - \frac{2}{25}$; 2) $\frac{2}{9} - \frac{2}{15}$; 3) $\frac{17}{30} - \frac{7}{24}$; 4) $\frac{4}{25} - \frac{4}{35}$.

706. Пусть $b = 0$; $\frac{23}{30}$; $\frac{1}{15}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{29}{30}$. Найдите значение выражения $\frac{29}{30} - b$.

707. Вычислите:

1) $\frac{21}{40} + \left(\frac{3}{8} + \frac{29}{40}\right)$; 2) $\left(\frac{7}{12} + \frac{1}{3}\right) + \frac{3}{20}$; 3) $\frac{9}{20} - \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{8}\right)$.

708. Покажите на рисунке или чертеже, что:

1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$; 2) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$; 3) $\frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

709. Из Ташкента и Самарканда навстречу друг другу в одно и то же время выехали две автомашины. Машина, выехавшая из Ташкента, проходит за час $\frac{1}{4}$ часть пути, вторая $\frac{1}{5}$ часть. На какую часть пути сокращается расстояние между машинами за 1 час?

- 710.** Велосипедист за первый час проехал половину пути, за второй — треть всего пути. Какую часть пути он проехал за 2 часа и сколько ему еще осталось?

Найдите сумму (711–712):

- 711.** 1) $\frac{4}{15} + \frac{2}{5}$; 2) $\frac{3}{7} + \frac{1}{3}$; 3) $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$; 4) $\frac{3}{8} + \frac{1}{4}$.
- 712.** 1) $\frac{1}{18} + \frac{3}{4}$; 2) $\frac{3}{13} + \frac{1}{2}$; 3) $\frac{1}{12} + \frac{1}{20}$; 4) $\frac{11}{28} + \frac{9}{20}$.

Найдите разность (713–714):

- 713.** 1) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$; 2) $\frac{3}{8} - \frac{1}{4}$; 3) $\frac{1}{3} - \frac{2}{9}$; 4) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$.
- 714.** 1) $\frac{19}{25} - \frac{3}{5}$; 2) $\frac{9}{10} - \frac{1}{6}$; 3) $\frac{5}{4} - \frac{5}{14}$; 4) $\frac{6}{36} - \frac{1}{8}$.

- 715.** Решите уравнение:

1) $\frac{7}{8} - x = \frac{1}{4}$; 2) $\frac{15}{16} - x = \frac{3}{4}$; 3) $x - \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$.

51



Сумма и разность целого числа и дроби



$$2 + \frac{1}{2} = ?$$



$$1 = \frac{4}{4} - \frac{3}{4} = ?$$

Сумма натурального числа и дроби — смешанное число.

Примеры. 1) $5 + \frac{1}{2} = 5\frac{1}{2}$; 2) $1 + \frac{9}{10} = 1\frac{9}{10}$; 3) $3 + \frac{2}{3} = 3\frac{2}{3}$.

Задача. На $\frac{1}{5}$ части поля посадили морковь, на оставшуюся — картофель. На какой площади посадили картофель?

Решение. Примем площадь всего поля за 1.

Для решения задачи надо найти разность $1 - \frac{1}{5}$.

Так как знаменатель дроби $\frac{1}{5}$ равен 5, запишем 1 в виде $1 = \frac{5}{5}$.

Тогда, $1 - \frac{1}{5} = \frac{5}{5} - \frac{1}{5} = \frac{5-1}{5} = \frac{4}{5}$.

Ответ: Картофель посажен на $\frac{4}{5}$ поля.

Пример. Найдите разность $12 - \frac{4}{9}$.

1-й способ. $12 - \frac{4}{9} = 11 + 1 - \frac{4}{9} = 11 + \frac{9}{9} - \frac{4}{9} = 11 + \frac{9-4}{9} = 11 + \frac{5}{9} = 11\frac{5}{9}$.

Или короче: $12 - \frac{4}{9} = 11\frac{9}{9} - \frac{4}{9} = 11\frac{5}{9}$.

2-й способ. $12 - \frac{4}{9} = \frac{12 \cdot 9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{108}{9} - \frac{4}{9} = \frac{104}{9} = 11\frac{5}{9}$.

Для того чтобы вычесть из натурального числа правильную дробь, надо
1-й шаг. представить натуральное число в виде дроби со знаменателем, равным знаменателю вычитаемого;

2-й шаг. найти разность двух чисел с одинаковыми знаменателями, пользуясь правилами вычитания.

716. 1) Как найти сумму целого числа и дроби?



2) Как вычесть из 1 правильную дробь?

3) Как найти разность между целым числом и дробью?

717. Найдите сумму:

1) $1 + \frac{13}{19}$;

2) $15 + \frac{3}{4}$;

3) $\frac{6}{7} + 13$;

4) $100 + \frac{13}{15}$.

718. Запишите смешанное число в виде суммы целой и дробной частей: 1) $10\frac{1}{3}$; 2) $1\frac{3}{5}$; 3) $30\frac{17}{20}$; 4) $33\frac{8}{33}$; 5) $7\frac{7}{8}$.

719. Найдите разность:

1) $1 - \frac{4}{9}$; 2) $1 - \frac{44}{45}$; 3) $1 - \frac{7}{100}$; 4) $1 - \frac{100}{101}$.

720. Вычислите:

1) $\left(1 - \frac{7}{11}\right) + \left(1 - \frac{11}{12}\right)$; 2) $5 + \left(1 - \frac{88}{89}\right)$; 3) $4 - \left(1 - \frac{13}{20}\right)$.

721. Какое число надо прибавить, чтобы получить 1:

1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{2}{13}$; 5) $\frac{13}{20}$; 6) $\frac{21}{40}$?

722. Проверьте вычитание сложением:

1) $3 - \frac{11}{15}$; 2) $10 - \frac{17}{20}$; 3) $2007 - \frac{1001}{2007}$.

723. Представьте смешанное число в виде суммы, затем выполните действия:

1) $27\frac{41}{44} + 8$; 2) $7 + 3\frac{79}{80}$; 3) $2\frac{2}{5} + 4$; 4) $13 + 7\frac{3}{7}$.

724. Бассейн наполняется через первую трубу за 15 ч, а через вторую — за 18. Какая часть бассейна заполнится за 1 час через обе трубы?

725. Найдите разность:

1) $1 - \frac{9}{16}$; 2) $111 - \frac{13}{16}$; 3) $1 - \frac{17}{20}$; 4) $101 - \frac{51}{100}$.

726. Решите уравнение:

1) $x + \frac{7}{10} = 8$; 2) $x - \frac{13}{14} = 14$; 3) $20 - x = \frac{17}{20}$.

727. Из сел A и B одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода. Один из них проходит весь путь от A до B

за 6 ч, а второй — за 10 ч. Какое расстояние будет отделять их друг от друга через 1 час?

728. Выполните действия:

1) $5 - \frac{2}{7}$; 2) $21 + \frac{8}{17}$; 3) $12 - \frac{7}{12}$; 4) $\frac{26}{27} + 8$.

729. Какое из чисел больше:

1) $1 + \frac{2}{5}$ или $1 + \frac{2}{7}$; 3) $1 + \frac{11}{40}$ или $1 + \frac{11}{30}$; 2) $1 - \frac{1}{8}$ или $1 - \frac{1}{6}$; 4) $1 - \frac{13}{14}$ или $1 - \frac{11}{15}$?

52



Сложение и вычитание смешанных чисел



$2\frac{3}{4}$

+



$1\frac{1}{2}$

= ?



$1\frac{3}{4}$

-



$1\frac{1}{2}$

= ?

1. Сложение смешанных чисел.

Пример 1. Найдите сумму смешанных чисел $2\frac{1}{8} + 4\frac{3}{8}$.

Решение. При вычислении этой суммы:

— представляют смешанное число как сумму целой и дробной частей;

— пользуются правилами сложения дробных чисел.

$$2\frac{1}{8} + 4\frac{3}{8} = \left(2 + \frac{1}{8}\right) + \left(4 + \frac{3}{8}\right) = (2 + 4) + \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{8}\right) = 6 + \frac{4}{8} = 6 + \frac{1}{2} = 6\frac{1}{2}.$$

Коротко это записывают так: $2\frac{1}{8} + 4\frac{3}{8} = 6\frac{4}{8} = 6\frac{1}{2}$. Ответ: $6\frac{1}{2}$.

Для того чтобы сложить смешанные числа, надо

- 1-й шаг. Сложить их целые части;
- 2-й шаг. Сложить их дробные части;
- 3-й шаг. Найти сумму полученных результатов.

Пример 2. 1) $4\frac{3}{8} + 6 = 10\frac{3}{8}$; 2) $2\frac{1}{5} + 1\frac{3}{5} = 3\frac{4}{5}$.

Если при сложении дробных частей получится неправильная дробь, надо обратить ее в смешанное число, отделить его целую часть и прибавить к сумме целых частей слагаемых.

Пример 3. $2\frac{4}{9} + 3\frac{7}{9} = 5 + \frac{11}{9} = 5 + 1\frac{2}{9} = 6\frac{2}{9}$.

Для того чтобы сложить смешанные числа, дробные части которых имеют разные знаменатели, надо:

- 1-й шаг. Привести дробные части к общему знаменателю;
- 2-й шаг. Воспользоваться вышеприведенным правилом сложения смешанных чисел.

Пример 4. $4\frac{3}{10} + 3\frac{2}{15} = 7\frac{7 \cdot 3 + 4 \cdot 2}{30} = 7\frac{29}{30}$.

Смешанные числа можно складывать еще и так:

- 1-й шаг. Обратить смешанные числа в неправильные дроби;
- 2-й шаг. Сложить полученные неправильные дроби;
- 3-й шаг. Результат снова представить в виде смешанного числа.

Пример 5.1) $3\frac{1}{7} + 2\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 7 + 1}{7} + \frac{2 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{22}{7} + \frac{13}{5} = \frac{110 + 91}{35} = \frac{201}{35} = 5\frac{26}{35}$;

2) $1\frac{3}{8} + 4\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 8 + 3}{8} + \frac{4 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{11}{8} + \frac{17}{4} = \frac{11 + 34}{8} = \frac{45}{8} = 5\frac{5}{8}$.

2. Вычитание смешанных чисел.

Пример 1. Найдите разность смешанных чисел: $5\frac{4}{7} - 2\frac{1}{7}$.

Решение. Для решения этой задачи, надо:

- представить смешанное число в виде суммы целой и дробной частей;
- воспользоваться правилами сложения и вычитания.

$$5\frac{4}{7} - 2\frac{1}{7} = \left(5 + \frac{4}{7}\right) - \left(2 + \frac{1}{7}\right) = (5 - 2) + \left(\frac{4}{7} - \frac{1}{7}\right) = 3 + \frac{3}{7} = 3\frac{3}{7}.$$

Коротко записывают так: $5\frac{4}{7} - 2\frac{1}{7} = 3\frac{3}{7}$. Ответ: $3\frac{3}{7}$.

Пример 2. $4\frac{47}{9} - 2\frac{35}{12} = 2\frac{7 \cdot 4 - 5 \cdot 3}{36} = 2\frac{28 - 15}{36} = 2\frac{13}{36}.$

Правильность выполнения вычитания можно проверить сложением или вычитанием.

В рассматриваемых примерах дробная часть уменьшаемого больше дробной части вычитаемого.

Для того, чтобы найти разность смешанных чисел при условии, что дробная часть уменьшаемого больше дробной части вычитаемого, надо:

- 1-й шаг. Найти разность целых частей;
- 2-й шаг. Найти разность дробных частей;
- 3-й шаг. Сложить полученные разности в 1 и 2- шагах.

Целые или дробные части смешанных чисел могут быть равными друг другу.

Пример 3. 1) $5\frac{3}{10} - 5\frac{1}{10} = (5 - 5) + \left(\frac{3}{10} - \frac{1}{10}\right) = 0 + \frac{2}{10} = \frac{1}{5}.$

Коротко это можно записать так: $5\frac{3}{10} - 5\frac{1}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}.$

2) $4\frac{3}{8} - 1\frac{3}{8} = (4 - 1) + \left(\frac{3}{8} - \frac{3}{8}\right) = 3 + 0 = 3.$

Пример 4. Вычислите разность $5\frac{2}{11} - 2\frac{7}{11}.$

Решение. Дробная часть уменьшаемого $\frac{2}{11}$ меньше дробной части вычитаемого $\frac{7}{11}$: $\frac{2}{11} < \frac{7}{11}.$

В таких случаях разность находят следующим образом:

$$1) 5\frac{2}{11} = 4 + 1\frac{2}{11} = 4 + \frac{13}{11} = 4\frac{13}{11};$$

$$2) 4\frac{13}{11} - 2\frac{7}{11} = 2\frac{6}{11}.$$

- 730.** 1) Как складываются смешанные числа?
 2) Как вычитаются смешанные числа? Приведите примеры.

Найдите сумму (731–733):

$$731. 1) 2\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4};$$

$$3) 6\frac{3}{10} + 2\frac{1}{10};$$

$$5) 22\frac{17}{25} + 77\frac{8}{25}.$$

$$2) 3\frac{2}{7} + 4\frac{5}{7};$$

$$4) 5\frac{11}{20} + 4\frac{3}{20};$$

$$6) 12\frac{37}{50} + 7\frac{13}{50}.$$

$$732. 1) 3\frac{1}{6} + 2\frac{2}{3};$$

$$3) 1\frac{5}{16} + 1\frac{1}{2};$$

$$5) 13\frac{13}{15} + 6\frac{7}{30}.$$

$$2) 8\frac{1}{14} + 2\frac{5}{7};$$

$$4) 3\frac{3}{10} + 9\frac{11}{20};$$

$$6) 21\frac{8}{35} + 3\frac{19}{70}.$$

$$733. 1) 1\frac{2}{3} + 4\frac{1}{5};$$

$$3) 4\frac{4}{5} + 5\frac{1}{2};$$

$$5) 7\frac{1}{5} + 1\frac{4}{9}.$$

$$2) 8\frac{7}{10} + 5\frac{1}{3};$$

$$4) 2\frac{1}{6} + 3\frac{2}{7};$$

$$6) 7\frac{3}{11} + 4\frac{2}{3}.$$

Найдите разность (734–735):

$$734. 1) 6\frac{2}{3} - 5\frac{2}{3};$$

$$3) 3\frac{5}{7} - 2\frac{1}{7};$$

$$5) 13\frac{17}{30} - 2\frac{7}{30};$$

$$2) 9\frac{47}{50} - 6\frac{41}{50};$$

$$4) 6\frac{19}{20} - 1\frac{13}{20};$$

$$6) 21\frac{11}{25} - 12\frac{6}{25}.$$

$$735. 1) 7\frac{5}{6} - 2\frac{3}{8};$$

$$2) 8\frac{17}{20} - 3\frac{1}{8};$$

$$3) 12\frac{7}{10} - 7\frac{8}{15}.$$

- 736.** Точки C и D делят отрезок AB на три части. Найдите

1) длину AB , если: 1) $AC = 4\frac{1}{2}$ см, $CD = 3\frac{1}{4}$ см и $DB = 2\frac{1}{8}$ см,

AB ; 2) Длину CD , если $AB = 27\frac{1}{5}$ см, $AC = 8\frac{3}{4}$ см и $DB = 9\frac{7}{10}$ см.

737. Заполните таблицу:

a	$10\frac{7}{10}$	$9\frac{3}{7}$	$15\frac{9}{10}$		$5\frac{7}{20}$	
b	$3\frac{1}{5}$			$4\frac{3}{5}$	$3\frac{3}{10}$	$1\frac{5}{8}$
$a + b$		$14\frac{2}{21}$		23		
$a - b$			$2\frac{3}{100}$			$6\frac{3}{4}$

738. От рулона атласа вначале отрезали $16\frac{1}{5}$ м, затем еще $13\frac{3}{10}$ м, после чего в рулоне осталось $11\frac{1}{2}$ м. Сколько всего атласа было в рулоне?

Выполните действия (739–743):

739. 1) $3\frac{30}{37} + \frac{4}{37}$; 2) $\frac{5}{22} + 3\frac{17}{22}$; 3) $1\frac{5}{6} + \frac{1}{6}$; 4) $\frac{7}{9} + 2\frac{2}{9}$.

740. 1) $2\frac{3}{7} + 3\frac{5}{7}$; 2) $3\frac{3}{5} + 2\frac{1}{5}$; 3) $8\frac{1}{9} + 1\frac{2}{9}$; 4) $2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}$.

741. 1) $1\frac{7}{10} + \frac{4}{5}$; 2) $5\frac{5}{12} + \frac{5}{6}$; 3) $2\frac{1}{5} + \frac{7}{15}$; 4) $3\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$.

742. 1) $5\frac{3}{5} - \frac{3}{5}$; 2) $5\frac{4}{5} - 3\frac{1}{5}$; 3) $2\frac{6}{7} - \frac{1}{7}$; 4) $7\frac{3}{8} - 2\frac{3}{8}$.

743. 1) $5\frac{11}{12} - 4\frac{5}{12}$; 2) $3\frac{21}{23} - 1\frac{11}{23}$; 3) $50\frac{33}{50} - 21\frac{13}{50}$.

744. Из доставленных в магазин $8\frac{1}{2}$ т муки продали $2\frac{3}{4}$ т. Сколько муки осталось?

745. В одном сосуде $5\frac{3}{10}$ л масла, во втором масла на $4\frac{1}{10}$ л больше. Сколько масла в обоих сосудах?

746. Ширина прямоугольника $3\frac{7}{20}$ м, длина больше ширины на $2\frac{3}{10}$ м. Найдите его периметр.

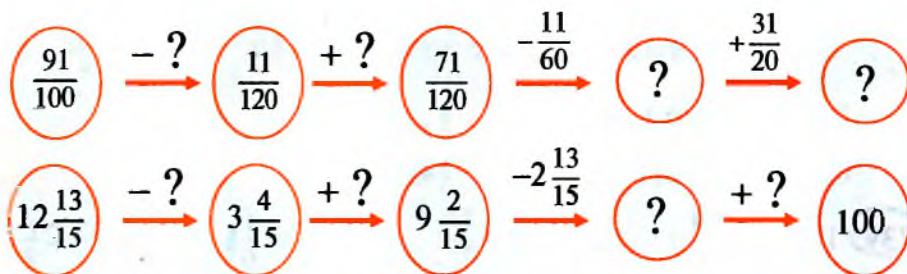
747. 1) Вычитаемое равно $8\frac{1}{10}$, разность $12\frac{3}{10}$. Найдите уменьшаемое.

2) Уменьшаемое равно $30\frac{7}{12}$, разность $10\frac{11}{24}$. Найдите вычитаемое.

53



Упражнения на сложение и вычитание дробей



Какие числа нужно поставить вместо вопросительного знака?

Выполните действия (748–751):

- 748.** 1) $\frac{15}{17} + \frac{1}{17} - \frac{7}{17}$; 3) $\frac{9}{10} + \frac{3}{10} - \frac{1}{10}$; 5) $\frac{9}{20} - \frac{3}{20} + \frac{7}{20}$;
 2) $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} + \frac{1}{8}$; 4) $\frac{14}{15} + \frac{7}{15} - \frac{11}{15}$; 6) $\frac{49}{100} - \frac{29}{100} + \frac{11}{100}$.
749. 1) $\frac{47}{50} + \frac{3}{50} - \frac{7}{50}$; 3) $\frac{111}{120} - \frac{51}{60} + \frac{7}{30}$; 5) $\frac{23}{36} - \frac{11}{18} + \frac{4}{9}$;
 2) $\frac{69}{100} + \frac{11}{25} - \frac{4}{5}$; 4) $\frac{17}{24} + \frac{5}{12} - \frac{7}{8}$; 6) $\frac{11}{12} - \frac{1}{6} + \frac{4}{5}$.

750. 1) $4\frac{7}{15} + 2\frac{7}{30} - 5\frac{1}{30};$

3) $5\frac{1}{2} + 4\frac{13}{24} - 6\frac{23}{24};$

2) $3\frac{29}{40} + \frac{11}{20} + 2\frac{9}{20};$

4) $1\frac{59}{60} + 2\frac{1}{30} - 2\frac{8}{15}.$

751. 1) $6\frac{4}{5} + 2\frac{1}{10} - 3\frac{9}{10};$

3) $13\frac{11}{12} - 1\frac{3}{4} + 2\frac{5}{6};$

2) $10\frac{1}{2} + 5\frac{1}{4} - 1\frac{1}{8};$

4) $4\frac{7}{9} - 1\frac{2}{3} + \frac{1}{6}.$

752. В одном рулоне $40\frac{3}{8}$ м ткани, во втором на $3\frac{7}{10}$ м меньше. Сколько ткани в обоих рулонах?

753. Если вычесть из задуманного числа дробь $\frac{7}{18}$, получится число, равное разности чисел $\frac{13}{18}$ и $\frac{11}{36}$. Найдите задуманное число.

754. Скорость лодки по течению реки $7\frac{7}{10}$ км/ч, а скорость течения реки $3\frac{1}{5}$ км/ч. Какова собственная скорость лодки и скорость лодки против течения?

755. Одно число больше другого на $\frac{7}{10}$. Их сумма равна $3\frac{7}{10}$. Найдите эти числа.

756. Сумма двух чисел равна $12\frac{2}{3}$, их разность $5\frac{2}{3}$. Найдите эти числа.

757. Найдите значение выражения удобным способом:

1) $\left(15\frac{12}{37} - 10\frac{31}{41}\right) + 3\frac{25}{37};$

2) $17\frac{15}{19} + \left(6\frac{12}{17} - 11\frac{15}{19}\right).$

758. Решите уравнение:

1) $\left(2\frac{7}{8} - x\right) + 4\frac{1}{6} = 5\frac{3}{4}$;

2) $y + \frac{4}{30} = \frac{2}{3} + \frac{2}{5}$.

Выполните действия (**759–761**):

759. 1) $\frac{43}{50} + \frac{9}{50} - \frac{33}{50}$;

2) $\frac{25}{28} - \frac{41}{56} + \frac{5}{8}$;

3) $\frac{41}{100} + \frac{19}{100} - \frac{7}{100}$.

760. 1) $7\frac{5}{8} + 4\frac{1}{8} - 2\frac{13}{16}$;

2) $3\frac{3}{28} + 2\frac{6}{7} - \frac{5}{14}$;

3) $3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{6} + 7\frac{1}{2}$.

761. 1) $1\frac{2}{3} + 4\frac{1}{6} - 3\frac{5}{6}$;

2) $6\frac{13}{24} + 5\frac{7}{8} - 8\frac{3}{4}$;

3) $8\frac{7}{15} - \frac{2}{5} + 1\frac{1}{3}$.

762. Найдите значение выражения $a = 5\frac{1}{8}$ и $b = 3\frac{1}{3}$, если $a + b - 2\frac{1}{3}$.

763. Первое число $5\frac{3}{7}$. Второе число больше его на $6\frac{4}{7}$. Третье число меньше суммы обоих чисел на $7\frac{9}{14}$. Найдите сумму всех трех чисел.

764. Длина отрезка AB равна $\frac{9}{10}$ дм, длина отрезка CD равна $\frac{3}{4}$ дм. Какой отрезок длиннее и на сколько?

765. Вычислите значение выражения удобным способом:

1) $5\frac{1}{6} + 3\frac{5}{8} + 2\frac{5}{6}$;

2) $3\frac{7}{15} + 2\frac{2}{15} - 1\frac{2}{15}$.

766. Решите уравнение:

1) $1\frac{2}{3} + x = 2\frac{1}{2} + 5\frac{1}{3}$;

2) $8\frac{7}{10} - x = 1\frac{3}{5} + 3\frac{1}{10}$.



Головоломка: 10-ю цифрами – 100!

$$50\frac{1}{2} + 49\frac{38}{76} = 100$$

$$78\frac{3}{6} + 21\frac{45}{90} = 100$$

Тест

6

Проверь себя!

1. Вычислите сумму: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.
A) $\frac{5}{6}$; B) $\frac{2}{5}$; C) $\frac{1}{5}$; D) $\frac{1}{3}$.
2. Найдите разность: $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$.
A) $\frac{1}{6}$; B) $\frac{1}{3}$; C) 1; D) $\frac{1}{2}$.
3. Найдите разность: $2\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$.
A) $2\frac{1}{10}$; B) $2\frac{1}{5}$; C) $3\frac{1}{10}$; D) $2\frac{2}{3}$.
4. Выполните действие: $3 - 1\frac{2}{7}$.
A) $1\frac{5}{7}$; B) $2\frac{2}{7}$; C) $2\frac{5}{7}$; D) $4\frac{2}{7}$.
5. Турист в первый день прошел половину пути, во второй — $\frac{3}{14}$ части, а в третий день — оставшуюся часть пути. Какую часть пути турист прошел в третий день?
A) $\frac{2}{7}$; B) $\frac{3}{14}$; C) $\frac{3}{7}$; D) $\frac{5}{14}$.
6. Найдите значение выражения: $\frac{3}{15} - \frac{1}{5} + \frac{1}{3}$.
A) $\frac{1}{3}$; B) $\frac{11}{15}$; C) $\frac{1}{15}$; D) $\frac{1}{5}$.
7. Вычислите: $\frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{7 \cdot 9} + \frac{2}{9 \cdot 11}$.
A) $\frac{8}{33}$; B) $\frac{14}{33}$; C) $\frac{10}{33}$; D) 0.

§ 7. Умножение и деление дробей

54



Умножение дробей



$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$$



$$\frac{3}{8}$$

На рисунке показано, как умножить дробь $\frac{3}{4}$ на $\frac{1}{2}$.

В соответствии с этим: $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}$.

Произведение двух дробей — это дробь. В этой дроби:

- числитель равен произведению числителей;
- знаменатель равен произведению знаменателей.

$$\frac{k}{n} \cdot \frac{p}{q} = \frac{k \cdot p}{n \cdot q}.$$

Пример 1. Найдите произведение $2 \cdot \frac{2}{5}$.

Решение. Вы знаете, что любое натуральное число можно записать в виде дроби со знаменателем, равным 1. Например, $2 = \frac{2}{1}$; $5 = \frac{5}{1}$; $n = \frac{n}{1}$.

Следовательно, $2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{4}{5}$.

Ответ: $\frac{4}{5}$.

Чтобы умножить натуральное число на дробь, надо:

- умножить числитель этой дроби на это число;
- знаменатель оставить прежним.

$$m \cdot \frac{k}{n} = \frac{m \cdot k}{n}$$

При умножении дробей, если это возможно, дроби надо сократить.

Пример 2. $\frac{4}{20} \cdot \frac{5}{10} = \frac{\cancel{4}^1 \cdot \cancel{5}^1}{5 \cdot \cancel{20}_2 \cdot \cancel{10}_2} = \frac{1 \cdot 1}{5 \cdot 2} = \frac{1}{10}.$

Умножение дробей, так же как умножение натуральных чисел, удовлетворяет переместительному, сочетательному, распределительному законам.

767. 1) Как умножить дробь на дробь?



2) Как умножить дробь на натуральное число?

3) Каким законам удовлетворяет умножение дробей?

Выполните умножение (768–771):

768. 1) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$; 2) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6}$; 3) $\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{9}$; 4) $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}$; 5) $\frac{7}{10} \cdot \frac{1}{4}$.

769. 1) $\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7}$; 2) $\frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2}$; 3) $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{7}$; 4) $\frac{7}{6} \cdot \frac{9}{14}$; 5) $\frac{5}{12} \cdot \frac{2}{3}$.

770. 1) $\frac{8}{9} \cdot \frac{3}{4}$; 2) $\frac{21}{20} \cdot \frac{5}{7}$; 3) $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10}$; 4) $\frac{4}{3} \cdot \frac{15}{16}$; 5) $\frac{5}{6} \cdot \frac{24}{35}$.

771. 1) $5 \cdot \frac{2}{3}$; 2) $4 \cdot \frac{3}{5}$; 3) $6 \cdot \frac{3}{7}$; 4) $\frac{5}{9} \cdot 2$; 5) $\frac{7}{10} \cdot 3$.

772. Вычислите:

1) $\frac{4}{7} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{3}{8}$; 3) $\frac{8}{9} \cdot \frac{5}{16} \cdot \frac{27}{55}$; 5) $\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{25} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{15}{28}$;

2) $\frac{10}{21} \cdot \frac{7}{20} \cdot \frac{3}{5}$; 4) $\frac{10}{13} \cdot \frac{39}{100} \cdot \frac{10}{27}$; 6) $\frac{13}{20} \cdot \frac{14}{5} \cdot \frac{5}{26} \cdot \frac{4}{7}$.

773. Может ли получиться при умножении натурального числа на правильную дробь число, большее, чем эта дробь? Число меньше ее? Приведите примеры.

774. Найдите значение выражения:

1) $\frac{21}{25} \cdot \frac{15}{28} + 3 \frac{4}{5}$; 2) $5 \frac{4}{21} - \frac{18}{49} \cdot \frac{7}{9}$; 3) $7 \frac{3}{10} + \frac{39}{55} \cdot \frac{11}{13}$.

775. Найдите периметр и площадь квадрата со стороной $\frac{4}{5}$ дециметра.

Найдите произведение (776–778):

776. 1) $\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{7}$; 2) $\frac{2}{13} \cdot \frac{4}{3}$; 3) $\frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8}$; 4) $\frac{3}{10} \cdot \frac{3}{5}$; 5) $\frac{2}{9} \cdot \frac{5}{7}$.

777. 1) $\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{25}$; 2) $\frac{7}{20} \cdot \frac{3}{7}$; 3) $\frac{7}{8} \cdot \frac{16}{35}$; 4) $\frac{3}{30} \cdot \frac{5}{6}$; 5) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}$.

778. 1) $5 \cdot \frac{1}{10}$; 2) $4 \cdot \frac{5}{12}$; 3) $10 \cdot \frac{3}{7}$; 4) $\frac{7}{15} \cdot 2$; 5) $\frac{11}{18} \cdot 6$.

779. Собрали в 3 корзины 75 кг черешни. В первой $\frac{1}{3}$, во второй $\frac{2}{5}$ части. Сколько черешни в третьей корзине?

780. Найдите значение выражения:

1) $\left(\frac{7}{10} - \frac{4}{15}\right) \cdot \frac{4}{13}$; 2) $\left(\frac{1}{15} + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{15}{22}$; 3) $\frac{12}{17} \cdot \left(\frac{5}{12} - \frac{1}{3}\right)$.

55



Умножение смешанных чисел



Посевная площадь: $246\frac{1}{4}$ га.

Урожайность: $40\frac{1}{4}$ ц с 1 га.

Весь урожай?

Пример 1. Найдите произведение: $3\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{5}$.

Решение. $3\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{5} = \frac{13}{4} \cdot \frac{12}{5} = \frac{13}{1} \cdot \frac{3}{5} = \frac{39}{5} = 7\frac{4}{5}$. Ответ: $7\frac{4}{5}$.

Для того чтобы найти произведение смешанных чисел:

- 1-й шаг. **Обращают их в неправильные дроби;**
- 2-й шаг. **Перемножают полученные числа.**

Пример 2. Умножьте смешанное число на дробь: $4\frac{1}{5} \cdot \frac{9}{14}$.

Решение. $4\frac{1}{5} \cdot \frac{9}{14} = \frac{3\cancel{2}1}{5} \cdot \frac{9}{\cancel{14}2} = \frac{3 \cdot 9}{5 \cdot 2} = \frac{27}{10} = 2\frac{7}{10}$. Ответ: $2\frac{7}{10}$.

Для того чтобы умножить смешанное число на дробь:

- 1-й шаг. **Обращают смешанное число в неправильную дробь;**
- 2-й шаг. **Умножают ее на данную дробь.**

Пример 3. Умножьте смешанное число на целое: $3\frac{4}{7} \cdot 14$.

Решение. 1-й способ. $3\frac{4}{7} \cdot 14 = \frac{25}{7} \cdot 14 = \frac{25 \cdot \cancel{14}^2}{\cancel{1}7} = \frac{25 \cdot 2}{1} = 50$.

Ответ: 50.

Для того чтобы умножить смешанное число на натуральное (целое) число:

- 1-й шаг. **Смешанное число обратить в неправильную дробь.**
- 2-й шаг. **Числитель полученной дроби умножить на данное целое число.**
- 3-й шаг. **Знаменатель оставить без изменения.**

Затем воспользуемся распределительным законом:

$$3\frac{4}{7} \cdot 14 = \left(3 + \frac{4}{7}\right) \cdot 14 = 3 \cdot 14 + \frac{4}{7} \cdot \cancel{14}^2 = 42 + 8 = 50.$$

781. 1) Как перемножить смешанные числа?



2) Как умножить смешанное число на дробь?

3) Как умножить смешанное число на натуральное число?

Выполните умножение (782–785):

782. 1) $2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{3}$; 2) $5\frac{5}{12} \cdot 1\frac{5}{13}$; 3) $4\frac{3}{8} \cdot 1\frac{1}{7}$; 4) $4\frac{9}{10} \cdot 3\frac{1}{3}$.

783. 1) $6\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{25}$; 2) $\frac{5}{13} \cdot 9\frac{1}{10}$; 3) $5\frac{1}{5} \cdot \frac{25}{39}$; 4) $\frac{7}{9} \cdot 1\frac{4}{5}$.

784. 1) $12\frac{3}{5} \cdot 5$; 2) $13 \cdot 2\frac{1}{26}$; 3) $1\frac{1}{15} \cdot 3$; 4) $2 \cdot 8\frac{3}{4}$.

785. 1) $7\frac{1}{2} \cdot 12\frac{1}{4} \cdot \frac{8}{49}$; 2) $5 \cdot 1\frac{1}{7} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10}$; 3) $6\frac{1}{8} \cdot 2\frac{2}{7} \cdot \frac{27}{28}$.

786. Вычислите удобным способом:

1) $11\frac{5}{7} \cdot 4\frac{4}{11} - 4\frac{4}{11} \cdot 6\frac{5}{7}$; 2) $3\frac{1}{3} \cdot 15\frac{12}{13} - 3\frac{1}{3} \cdot 6\frac{12}{13}$.

787. Найдите числовое значение выражения:

1) $9\frac{3}{4} \cdot (x + y)$, где $x = 3\frac{1}{3}$; $y = 5\frac{1}{13}$;

2) $11\frac{3}{5}x - 5\frac{1}{3}y$, где $x = 2\frac{1}{2}$; $y = 1\frac{1}{5}$.

788. Ширина прямоугольника $5\frac{2}{5}$ дм, длина в $2\frac{1}{2}$ больше ширины. Найдите периметр и площадь прямоугольника.

789. Вычислите:

1) $12\frac{5}{6} + 2\frac{7}{9} \cdot \left(15\frac{9}{10} - 12\frac{9}{10}\right)$; 3) $13\frac{3}{8} + 4\frac{5}{7} \cdot \left(19\frac{3}{17} - 5\frac{3}{17}\right)$;

2) $3\frac{4}{17} \cdot 5\frac{2}{3} + 3\frac{4}{17} \cdot 11\frac{1}{3}$; 4) $5\frac{7}{16} \cdot 1\frac{3}{29} + 2\frac{5}{16} \cdot 2\frac{2}{7}$.

790. Вычислите удобным способом:

1) $1\frac{5}{12} \cdot \frac{3}{34} + 1\frac{5}{12} \cdot 1\frac{31}{34}$; 2) $10\frac{2}{3} \cdot 2\frac{2}{15} - 2\frac{2}{5} \cdot 5\frac{1}{2}$.

Выполните умножение (791–793):

791. 1) $7\frac{1}{7} \cdot 3\frac{1}{2}$; 2) $10\frac{1}{22} \cdot 1\frac{1}{3}$; 3) $1\frac{7}{10} \cdot 3\frac{1}{3}$; 4) $8\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{13}$.

792. 1) $3\frac{12}{13} \cdot \frac{13}{17}$; 2) $\frac{11}{28} \cdot 6\frac{4}{11}$; 3) $4\frac{2}{15} \cdot \frac{5}{31}$; 4) $\frac{19}{20} \cdot 3\frac{3}{19}$.

793. 1) $9\frac{1}{9} \cdot 9$; 2) $5 \cdot 7\frac{1}{15}$; 3) $1\frac{1}{18} \cdot 6$; 4) $\frac{24}{25} \cdot 1\frac{1}{4}$.

794. Выполните действия:

1) $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{5} + 4\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{2}$; 2) $2\frac{3}{5} \cdot \left(1\frac{1}{4} + \frac{5}{8}\right)$.

795. Скорость автомашины 80 км/ч. Какой путь она проделает

за $\frac{1}{2}$ ч; $\frac{1}{4}$ ч; $\frac{11}{5}$ ч; $\frac{3}{5}$ ч. Сколько километров она пройдет

за $1\frac{1}{2}$ ч; $1\frac{1}{4}$ ч; $2\frac{1}{2}$ ч?

56



Нахождение части числа

В автосалоне 50 машин фирмы УзДЭУ авто.

Продана $\frac{1}{5}$ часть.

Сколько машин продано?



Задача. У Нилуфар было 300 сумов. $\frac{2}{5}$ денег она потратила на мороженое? Сколько стоит мороженое?

Решение. 1-й вопрос. На сколько равных частей поделены 300 сумов?

Ответ: На 5 равных частей, так как знаменатель дроби $\frac{2}{5}$ равен 5.

2-й вопрос. Сколько денег приходится на одну часть?

$$300 : 5 = 60 \text{ (сумов).}$$

3-й вопрос. Сколько взято частей?

Ответ: Две части, так как числитель дроби $\frac{2}{5}$ равен 2.

4-й вопрос. Сколько сумов соответствует 2 частям? (Сколько стоит мороженое?)

$$60 \cdot 2 = 120 \text{ (сумов).}$$

Ответ: Мороженое стоит 120 сумов.

Действия, которые нужно проделать при решении задачи, могут быть записаны так:

$$300 : 5 \cdot 2 = 120.$$

Итак, для того чтобы найти $\frac{2}{5}$ части от 300 сумов:

1) Надо разделить 300 на знаменатель дроби выражающую эту часть.

2) Результат умножить на числитель.

$$\text{Однако, } 300 : 5 \cdot 2 = \frac{300}{5} \cdot 2 = \frac{300 \cdot 2}{5} = 300 \cdot \frac{2}{5}.$$

Таким образом, для нахождения $\frac{2}{5}$ от 300, надо 300 умножить на $\frac{2}{5}$.

Для того чтобы найти часть от числа, надо это число умножить на дробь, выражающую эту часть:

$$a \cdot \frac{k}{n} = \frac{a \cdot k}{n}.$$

796. 1) Как найти данную часть от числа?

2) Сколько часов в четверти, восьмой части суток?

Вычислите (797–799):

797. 1) 100 от $\frac{19}{25}$;

3) 20 от $\frac{4}{5}$;

2) 30 от $\frac{14}{15}$;

4) 15 от $\frac{2}{5}$.

798. 1) $5\frac{1}{4}$ от $\frac{2}{7}$;

3) $5\frac{1}{25}$ от $\frac{25}{42}$;

2) $1\frac{1}{15}$ от $\frac{3}{4}$;

4) $18\frac{1}{3}$ от $\frac{3}{11}$.

799. 1) $3\frac{2}{3}$ от $1\frac{1}{11}$;

3) $\frac{13}{20}$ от $3\frac{1}{3}$;

2) $33\frac{1}{3}$ от $3\frac{3}{10}$;

4) $\frac{51}{100}$ от $6\frac{1}{4}$.

800. При производстве рафинада масса рафинада составляет $\frac{13}{15}$

часть массы сахарного песка. 1) Сколько производится рафинада из 150 кг сахарного песка? 2) А из 3 т сахарного песка?

801. В семечке хлопка $\frac{3}{10}$ части приходится на масло. Сколько масла получится из $2\frac{1}{2}$ т семян?

802. Мясо при варке теряет $\frac{2}{5}$ своей массы. На сколько уменьшится при варке масса 4 кг мяса?

 803. Скорость ласточки 1600 м в минуту, скорость скворца составляет $\frac{3}{4}$ ее скорости, скорость перепелки $\frac{7}{10}$ скорости скворца. Найдите скорость скворца и перепелки.

- 804.** Скорость самолета 720 км/ч. Какое расстояние он покрывает за 4 ч? За 2 ч, $\frac{1}{2}$ ч; $\frac{1}{4}$ ч; $\frac{2}{3}$ ч; $\frac{5}{6}$ ч; $3\frac{1}{4}$ ч? Ответ выразите в виде таблицы.
- 805.** В ящик поместилось 25 кг яблок. Масса ящика $\frac{3}{25}$ массы помещенных в него яблок. Найдите его массу.
- 806.** Масса кураги составляет $\frac{7}{20}$ массы свежего урюка. Сколько получится кураги из 160 кг урюка?
- 807.** Найдите:
- 1) 30 от $\frac{5}{6}$; 3) 70 от $\frac{9}{10}$;
2) $6\frac{2}{3}$ от $\frac{3}{10}$; 4) $\frac{2}{5}$ от $\frac{25}{26}$.
- 808.** 1) До перерыва было продано $\frac{3}{8}$ от 400 кг муки, а после перерыва $\frac{3}{5}$ остатка. Сколько муки не продано?
2) В магазин привезли 96 т капусты. Сколько осталось в магазине капусты, если было продано $\frac{4}{5}$ части?
- 809.** Велосипедист проехал за 2 дня 100 км. В первый день он проехал $\frac{3}{5}$ этого пути. Сколько километров он проехал во второй день?
- 810.** В 5-м классе 35 учеников. Мальчики составляют $\frac{4}{7}$ всех учеников. Сколько в классе девочек?

57



Взаимно-обратные числа



$$\frac{k}{n}$$

взаимно-
обратные
числа

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = 1$$

$$\frac{n}{k}$$

Числитель, освободи место
знаменателю!

Место знаменателя займет
числитель, тогда полученная
дробь будет обратной заданной
дроби.

Два числа, произведение которых равно 1, называются взаимно-обратными.

Пример 1. 1) $\frac{5}{7}$ и $\frac{7}{5}$ взаимно-обратные числа, так как их произведение равно 1:

$$\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{5} = \frac{5 \cdot 7}{7 \cdot 5} = 1.$$

2) $2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$, значит, 2 и $\frac{1}{2}$ взаимно-обратные числа.

3) $1 \cdot \frac{1}{1} = \frac{1 \cdot 1}{1} = 1$, т.е. число 1 обратно самому себе.

4) $n \cdot \frac{1}{n} = \frac{n \cdot 1}{n} = 1$, где n — натуральное число.

Для каждого натурального числа, отличного от 0, существует обратное ему число.

Обратного числа 0 нет.

Для числа $\frac{k}{n}$, где k, n — натуральные числа, число $\frac{n}{k}$ обратно ему, так как их произведение равно 1:

$$\frac{k}{n} \cdot \frac{n}{k} = \frac{k \cdot n}{n \cdot k} = 1, \text{ где } k \text{ и } n \text{ — натуральные числа.}$$

Пример 2. Найдите число, обратное $\frac{9}{10}$.

Решение. Искомое обратное число обозначим через x . Тогда,

$$\frac{9}{10} \cdot x = 1, \text{ отсюда, } x = \frac{10}{9}.$$

Ответ: Обратное число $\frac{9}{10}$ равно $\frac{10}{9}$.

Проверка. $\frac{9}{10} \cdot \frac{10}{9} = 1$.

Пример 3. Найдите число, обратное $3\frac{1}{8}$.

Решение. Пусть обратное число x . $3\frac{1}{8} \cdot x = 1$, $\frac{25}{8} \cdot x = 1$; $x = \frac{8}{25}$.

811. 1) Какие числа называются взаимно-обратными?

2) Существует ли число, обратное натуральному?

?

3) Существует ли число, обратное 0?

4) Как найти число, обратное смешанному числу?

5) Какое число равно обратному себе?

812. Запишите числа, обратные данным:

$$10; 15; \frac{3}{14}; 5\frac{1}{5}; 8\frac{2}{5}; \frac{15}{4}; \frac{7}{9}; \frac{1}{11}; \frac{6}{5}; \frac{1}{25}.$$

813. Будут ли взаимно-обратными числа:

$$1) \frac{7}{16} \text{ и } 2\frac{2}{7}; \quad 3) 6\frac{1}{4} \text{ и } \frac{4}{25}; \quad 5) \frac{9}{13} \text{ и } 1\frac{4}{9};$$

$$2) \frac{1}{37} \text{ и } 37; \quad 4) \frac{9}{13} \text{ и } 1\frac{4}{9}; \quad 6) \frac{9}{13} \text{ и } 1\frac{4}{9}?$$

814. Напишите число: 1) обратное разности чисел $2\frac{3}{4}$ и $1\frac{3}{10}$;

2) обратное произведению чисел $3\frac{2}{3}$ и $4\frac{3}{22}$.

- 815.** Будут ли взаимно-обратными числа, полученные в результате 1) сложения каждого из взаимно-обратных чисел $1\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{7}$ с числом $\frac{5}{6}$; 2) вычитания из каждого из взаимно-обратных чисел $1\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{7}$ числа $\frac{1}{5}$?
- 816.** Будет ли несократимой дробь, обратная несократимой? Приведите примеры.
- 817.** Найдите числа, обратные: 1) $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{17}{25}$ и $\frac{3}{5}$; 3) $\frac{5}{17}$ и $\frac{2}{5}$.
- 818.** Решите уравнение, воспользовавшись тем, что неизвестный множитель—обратное данному:
- 1) $\frac{7}{8} \cdot x = 1$; 2) $5\frac{1}{2} \cdot x = 1$; 3) $x \cdot 1\frac{3}{20} = 1$.
- 819.** Найдите число, обратное данному:
- 1) $\frac{5}{8}$, $\frac{4}{19}$, $\frac{14}{37}$, $\frac{40}{51}$, $\frac{12}{45}$, $\frac{53}{100}$, 200, 4;
- 2) $1\frac{2}{7}$, $10\frac{1}{3}$, $5\frac{3}{4}$, $1\frac{1}{13}$, $8\frac{5}{8}$, $7\frac{2}{9}$, 31, 2.
- 820.** Будут ли взаимно-обратными дроби:
- 1) $5\frac{1}{4}$ и $\frac{4}{21}$; 2) 14 и $\frac{2}{11}$; 3) $1\frac{17}{30}$ и $\frac{30}{47}$?
- 821.** Выполните действия и найдите числа, обратные результату:
- 1) $9\frac{1}{9} \cdot \frac{3}{41} + 14\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{4}$; 2) $4\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{3} - 10\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{9}$.
- 822.** Каждое из взаимно-обратных чисел умножено на 2. Будут ли полученные числа взаимно-обратными? Проверьте на примерах.
- 823.** Вычислите:
- 1) $\left(2007\frac{3}{5} - 2006\frac{1}{6}\right) \cdot 1\frac{1}{29}$; 2) $\left(2009\frac{3}{5} - 2008\frac{2}{3}\right) \cdot 1\frac{7}{23}$.

58

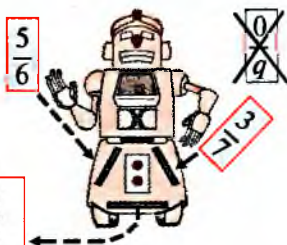


Деление дробей

$$\text{Делимое} - \frac{k}{n}$$

$$\text{Делитель} - \frac{p}{q}$$

$$\text{Частное} - \frac{k}{n} \cdot \frac{q}{p}$$



$$\frac{5}{6} \cdot \frac{7}{3} = \frac{35}{18}$$

Рассмотрим одну задачу, приводящую к понятию деления дробей.

Задача. Площадь прямоугольника $\frac{3}{4}$ м², ширина $\frac{5}{8}$ м. Найдите длину этого прямоугольника.

Решение. Пусть длина прямоугольника x . Тогда мы сможем составить уравнение $\frac{5}{8} \cdot x = \frac{3}{4}$ в соответствии с содержанием задачи.

Умножим обе части уравнения на дробь $\frac{8}{5}$ обратной дроби $\frac{5}{8}$, стоящей перед x : $\frac{5}{8} \cdot x \cdot \frac{8}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{5}$, отсюда $x = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ (м).

Ответ: длина прямоугольника $1\frac{1}{5}$ м.

Чтобы разделить дробь на дробь, надо делимое умножить на число, обратное делителю:

$$\frac{k}{n} : \frac{p}{q} = \frac{k \cdot q}{n \cdot p}$$

Пример 1. 1) $15 : \frac{3}{4} = \frac{15}{1} : \frac{3}{4} = \frac{15}{1} \cdot \frac{4}{3} = 20$; 2) $0 : \frac{8}{11} = 0 \cdot \frac{11}{8} = 0$.

Пример 2. $\frac{5}{7} : 2 = \frac{5}{7} : \frac{2}{1} = \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5 \cdot 1}{7 \cdot 2} = \frac{5}{14}.$

Из этих примеров можно сделать такой вывод:

Если делимое или делитель — натуральное число, то:

- натуральное число надо записать в виде дроби со знаменателем 1;
- разделить дроби согласно правилу деления дробей.

Пример 3. $3\frac{3}{4} : 2\frac{1}{8} = \frac{15}{4} : \frac{17}{8} = \frac{15}{\cancel{4}^1} \cdot \frac{\cancel{8}^2}{17} = \frac{30}{17} = 1\frac{13}{17}.$

Для того чтобы разделить одно смешанное число на другое:

- надо обратить их в неправильные дроби;
- разделить дроби согласно правилам деления дробей.

824. 1) Как разделить дробь на дробь?



2) Как разделить дробь на натуральное число?

3) Как разделить смешанное число на смешанное число?

Приведите примеры.

Найдите частное (825–831):

825. 1) $\frac{2}{5} : \frac{3}{7};$ 2) $\frac{1}{8} : \frac{1}{4};$ 3) $\frac{1}{2} : \frac{4}{5};$ 4) $\frac{11}{18} : \frac{5}{9}.$

826. 1) $6 : \frac{1}{4};$ 2) $5 : \frac{5}{6};$ 3) $10 : \frac{5}{9};$ 4) $15 : \frac{3}{5}.$

827. 1) $1 : \frac{1}{5};$ 2) $1 : \frac{7}{10};$ 3) $1 : \frac{8}{9};$ 4) $1 : \frac{4}{13}.$

828. 1) $\frac{7}{8} : 3;$ 2) $\frac{4}{5} : 5;$ 3) $\frac{7}{10} : 4;$ 4) $\frac{5}{12} : 2.$

829. 1) $15 : 25;$ 2) $10 : 4;$ 3) $26 : 39;$ 4) $20 : 100.$

830. 1) $3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{3};$ 2) $2\frac{5}{8} : 1\frac{3}{4};$ 3) $5\frac{1}{9} : 7\frac{2}{3};$ 4) $10\frac{4}{5} : 5\frac{2}{5}.$

831. 1) $\frac{5}{6} : 1\frac{2}{3}$; 2) $3\frac{1}{7} : \frac{4}{7}$; 3) $\frac{15}{38} : 1\frac{1}{19}$; 4) $7\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$.

832. Поезд проходит: 1) за $\frac{2}{3}$ часа $40\frac{1}{2}$ км; 2) за $\frac{1}{2}$ часа 25 км.

Найдите скорость поезда.

833. Найдите значение выражения:

$b : 4\frac{5}{23}$, где $b = 0$; $5\frac{12}{17}$; $1\frac{1}{23}$; $\frac{97}{115}$; 1; $\frac{5}{46}$; $8\frac{10}{23}$.

834. С площади $53\frac{3}{4}$ га собрано 193 т 5 ц хлопка. Какова урожайность хлопка?

835. 1) Площадь прямоугольника $62\frac{9}{10}$ дм², основание $8\frac{1}{2}$ дм. Найдите высоту этого прямоугольника.

2) Площадь прямоугольника 52 см², высота $6\frac{1}{2}$ см. Найдите основание этого прямоугольника.

836. Скорость велосипедиста $11\frac{2}{5}$ км/ч. За какое время он проедет 19 км? 38 км?

837. Заполните таблицу:

a	$\frac{7}{9}$	$1\frac{3}{5}$		5	$1\frac{24}{25}$	$8\frac{1}{3}$	$\frac{7}{10}$	
b	$\frac{3}{7}$		$\frac{5}{14}$		$1\frac{2}{3}$			$5\frac{1}{3}$
$a \cdot b$		1		10		1	$3\frac{1}{3}$	
$a : b$			$2\frac{1}{2}$					8

838. Выполните действия:

1) $\left(12 : 3\frac{3}{5} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{2}{3};$

3) $\left(\frac{19}{21} : 1\frac{1}{21}\right) : \left(\frac{38}{41} : \frac{2}{41}\right);$

2) $\left(13\frac{2}{7} - 5\frac{3}{14}\right) : 2\frac{11}{51};$

4) $\left(5\frac{1}{3} : 3\frac{1}{5}\right) : \left(6\frac{1}{2} : 2\frac{1}{6}\right).$

59

Нахождение числа по его части



— Четверть всего количества груш 150 кг. Сколько всего груш ?



Задача. Аббас купил книгу за 450 сумов. Это $\frac{3}{5}$ части его денег. Сколько денег было у Аббаса?

Решение. 1-й вопрос. На сколько равных частей поделены деньги Аббаса?

Деньги поделены на 5 равных частей, так как речь идет о $\frac{3}{5}$ всего количества денег.

2-й вопрос. На сколько частей приходится цена книги?

На 3 части, так как числитель дроби $\frac{3}{5}$ равен 3.

3-й вопрос. Сколько денег приходится на одну часть?

$$900 : 3 = 300 \text{ (сумов).}$$

4-й вопрос. Сколько всего денег было у Аббаса?

$$300 \cdot 5 = 1\,500 \text{ (сумов).}$$

Ответ: У Аббаса было 1 500 сумов.

Действия, выполненные для решения задачи: $900 : 3 \cdot 5$.
 Перепишем это выражение так:

$$900 : 3 \cdot 5 = \frac{900}{3} \cdot 5 = 900 \cdot \frac{5}{3} = 900 : \frac{3}{5}.$$

Итак, если $\frac{3}{5}$ всех денег составляют 900 сумов, то для нахождения всех денег надо 900 сумов разделить на $\frac{3}{5}$.

Для того чтобы по числу, составляющему часть целого, найти его, надо это число разделить на дробь, выражающую эту часть.

Вообще, чтобы по числу a , составляющему $\frac{k}{n}$ целого найти его, надо приравнять это целое к частному $a : \frac{k}{n} = \frac{a \cdot n}{k}$.

Пример. Найдите число, $\frac{2}{5}$ которого равны 10.

Решение. Для того чтобы по числу 10, составляющему $\frac{2}{5}$ целого, найти его, надо разделить 10 на дробь.

Тогда, $10 : \frac{2}{5} = 10 \cdot \frac{5}{2} = 5 \cdot 5 = 25$. Ответ: 25.

Проверка. $25 \cdot \frac{2}{5} = 5 \cdot 2 = 10$.

- 839.** 1) Как найти целое по его части?
 2) Как найти данную часть числа?
 3) Каким действием пользуются при этом?
 Объясните на примерах.

840. (Устно). Найдите число: 1) половина которого равна 25;

2) $\frac{1}{2}$ часть которого равна 50; 3) четверть которого равна 10; 4) $\frac{1}{4}$ часть которого равна 100.

841. Найдите число, $\frac{5}{7}$ которого равны 1) 35; 2) $\frac{5}{7}$ часть 30.

842. $\frac{3}{4}$ первого числа равны 180. $\frac{4}{5}$ второго числа также равны 180. Какое число больше и на сколько?
843. На $\frac{2}{3}$ площади сада посадили яблони, на оставшейся — груши. Найдите площадь, отданную под груши, если под яблони отведено 900 м².
844. Дети прошли по ущелью 4 км, что составило $\frac{2}{3}$ пути. Сколько километров запланировано пройти?
845. В фермерском хозяйстве под пшеницей 480 га, или $\frac{3}{4}$ всей площади. Какова общая площадь пахотного поля?
846. У Джемшида было несколько орехов. Он так распределил орехи: Хасану дал треть всех орехов, Зухре — четверть всех оставшихся. После этого у Джемшида осталось 12 орехов. Сколько орехов получили его брат и сестра?
847. Мама купила тетради и дала $\frac{1}{4}$ всех тетрадей Наиме, $\frac{1}{3}$ всего количества тетрадей Нозиме. После этого осталось 15 тетрадей. Сколько тетрадей получила каждая?
848. Мухаммаджон проехал на велосипеде за час 12 км. Запишите в виде таблицы пройденный им путь в километрах за $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$ ч.

Доли 1 часа	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$
Путь, км							

Найдите из таблицы путь, проделанный Мухаммаджоном за 10, 15, 20 минут.

849. Бронза — это известный с древних времен сплав меди, олова и свинца. $\frac{4}{5}$ массы сплава приходится на медь, оставшаяся часть — на олово и свинец. Найдите массу слитка бронзы, если медь составляет $1\frac{3}{5}$ кг массы всего слитка.

850. Бахтиёру 16 лет. Его возраст составляет $\frac{2}{5}$ возраста отца. Возраст отца составляет $\frac{5}{8}$ возраста дедушки Бахтиёра. Сколько лет дедушке?

851. $\frac{2}{7}$ длины отрезка AB составляют 4 см. Какова длина отрезка AB ?

852. Число 60 увеличили на: 1) $\frac{1}{6}$ его часть; 2) $\frac{11}{12}$ его частей; 3) $\frac{1}{4}$ его часть; 4) $\frac{7}{10}$ его частей. Во сколько раз увеличилось число?

60



Упражнения на четыре действия над обыкновенными дробями

853. Обозначьте порядок выполнения действий и вычислите:

1) $\frac{7}{10} + \left(1\frac{1}{3} - \frac{2}{9}\right) : 1\frac{1}{9} + 2\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right);$

2) $\left(1\frac{4}{5} + 2\frac{9}{10} - 2\frac{17}{20}\right) : \frac{13}{20} + 2\frac{3}{5} \cdot 1\frac{2}{13}.$

854. Найдите: 1) разность между $\frac{3}{4}$ числа 9 600 и числа, $\frac{4}{7}$ которого равны 800; 2) произведение числа, $\frac{5}{8}$ которого равны 600, на $\frac{7}{15}$ числа 300; 3) частное от деления числа, $\frac{11}{16}$ которого равны 484, на $\frac{4}{11}$ числа 242; 4) прибавьте к $\frac{4}{9}$ части 5400 числа, $\frac{2}{3}$ которого равны 900.
855. Двое всадников одновременно выехали навстречу друг другу из пунктов A и B . Первый за $\frac{2}{3}$ ч проехал 12 км, второй за $\frac{3}{4}$ ч — 15 км. Найдите расстояние AB , если всадники встретились через $2\frac{1}{2}$ ч.
856. В фермерском хозяйстве $\frac{7}{12}$ пашни занимает хлопок, $\frac{2}{9}$ — рис, остальную площадь — пшеница. Найдите площадь, занятую пшеницей, если хлопок занимает на 1 300 га земли больше, чем рис.
857. Разность $\frac{4}{7}$ числа и $\frac{1}{4}$ его равна 18. Найдите это число.
858. Турист прошел $\frac{5}{14}$ пути, что на 12 км меньше оставшегося ему пути. Сколько осталось ему идти?
859. 1) 5 кг соли расфасовали в пакеты по $\frac{1}{2}$ кг. Сколько пакетов понадобилось?
2) 3 кг чая хотят расфасовать в коробки по $\frac{1}{10}$ кг. Сколько таких коробок понадобится?
860. Джуманияз привез рис в мешках. В первый день он продал $\frac{4}{9}$ всего риса, во второй $\frac{2}{5}$. После этого осталось 14 мешков риса. Сколько было мешков?

861. Длина прямоугольника $6\frac{4}{5}$ м, ширина на $4\frac{1}{5}$ м меньше длины. Найдите периметр этого прямоугольника.

862. Цена изделия была 2 400 сумов. Эту цену снизили на $\frac{1}{10}$ ее величины. Через некоторое время новую цену подняли на $\frac{1}{10}$.

Сколько теперь стоит изделие?

863. Цена изделия была 3 600 сумов. Вначале эту цену повысили на $\frac{1}{9}$ ее величины. Через некоторое время новую цену снизили на $\frac{1}{10}$. Сколько теперь стоит изделие?

864. Решите уравнение:

$$1) 2\frac{3}{5} : \left(x + 1\frac{3}{14}\right) - 1\frac{2}{5} = \frac{1}{3}; \quad 2) \left(x - \frac{3}{8}\right) \cdot \frac{8}{35} + 2\frac{2}{7} = 2\frac{3}{5}.$$

865. Выполните действия:

$$1) 1\frac{7}{15} \cdot 1\frac{4}{11} + 2\frac{8}{17} : 1\frac{1}{34} - \frac{1}{2} : \left(1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{6}\right);$$
$$2) 8\frac{1}{7} : 1\frac{5}{14} + 11 : \left(2\frac{3}{4} - 1\frac{3}{8}\right) - 3 \cdot \left(1\frac{4}{5} + 1\frac{1}{5}\right).$$

866. У Манзуры было 480 сумов. На $\frac{1}{6}$ этих денег она купила мороженое, а на $\frac{3}{5}$ ленточку. Сколько денег у нее осталось?

867. Ширина прямоугольника 56 см, что составляет $\frac{4}{7}$ его длины. Найдите периметр и площадь прямоугольника.

868. У Доно было 480 сумов. На $\frac{1}{6}$ этих денег она купила мороженое, а на $\frac{3}{5}$ оставшихся денег — тетрадь? Сколько денег у нее осталось?

869. $\frac{3}{8}$ бассейна наполнили через первую трубу, $\frac{1}{4}$ через вторую. Какую часть бассейна осталось наполнить?

870. 1) Первая труба наполняет бассейн за 2 ч, вторая — за 6 ч. За сколько времени наполнят бассейн обе трубы?
2) Определенную работу мастер выполняет за 3 часа, а ученик за 6 часов. За сколько времени выполнят эту работу мастер и ученик, работая вместе?

871. Первый пешеход проделал путь от A до B за 7 ч, второй — за 9 ч. Что больше: путь, проделанный первым за 6 ч или вторым — за 8 ч?

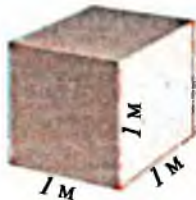
872. Вычислите:

1) $\left(1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} + 3\frac{3}{7} : \frac{9}{14}\right) : \frac{5}{12} - 10\frac{1}{5}$; 2) $\frac{3}{5} : \frac{9}{10} + 3\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} - 4 : 2\frac{2}{3}$.

61



Прямоугольный параллелепипед и куб



Ребро куба 1 м. Куб разделен на кубики с ребром 1 см. Какими будут измерения прямоугольного параллелепипеда, если их выложить в ряд один за другим?

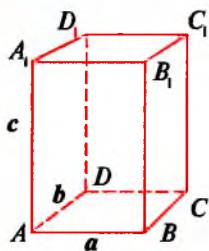


Рис. 35.

Книжный шкаф, кирпич, коробка спичек, чая, коробка конфет, классная комната, ... — все это представление о прямоугольном параллелепипеде. На рисунке 35 изображен прямоугольный параллелепипед. Он составлен из 6 прямоугольников. Они называются гранями прямоугольного параллелепипеда.

$ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$, ADD_1A_1 и BCC_1B_1 , ABB_1A_1 и DCC_1D_1 — называются **противоположными гранями** (рис. 35).

Противоположные грани прямоугольного параллелепипеда равны между собой.

Прямоугольник и четырехугольники $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ называются **основаниями** (нижним и верхним). Остальные грани называются **боковыми**.

Отрезки, по которым пересекаются грани, называются **ребрами** прямоугольного параллелепипеда. Точки пересечения ребер называются **вершинами** параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед имеет 6 граней, 12 ребер, 8 вершин. Три ребра, выходящих из одной вершины, называются измерениями прямоугольного параллелепипеда — его **длиной** (a), **шириной** (b) и **высотой** (c) (рис.35).

Сумма площадей всех граней прямоугольного параллелепипеда называется **площадью его поверхности**.

Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда равна

$$S = 2ab + 2ac + 2bc = 2(ab + ab + bc)$$

Сумма длины всех его ребер равна

$$l = 4(a + b + c)$$

Справедливость этих равенств очевидна (рис. 35, 36).

Прямоугольный параллелепипед, все грани которого равны между собой, называется **кубом**. Все грани куба — квадраты.

Площадь поверхности куба с ребром a равна

$$S = 6a^2$$

Сумма длины всех его ребер

$$l = 12a.$$

На рисунке 36 изображены **развертки** прямоугольного параллелепипеда и куба.

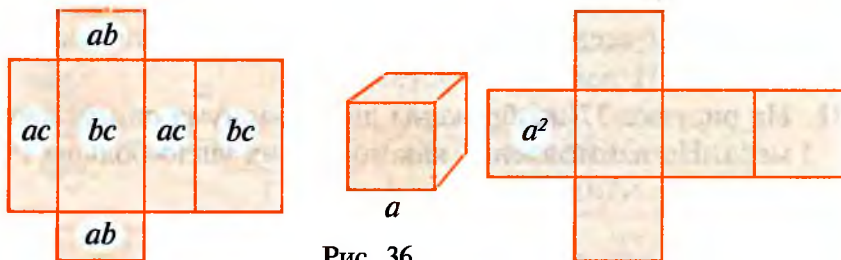


Рис. 36.

- 873.** 1) Что такое прямоугольный параллелепипед? Куб? Можете начертить их?
 2) Сколько граней, ребер и вершин у прямоугольного параллелепипеда?

874. Назовите грани, ребра и вершины прямоугольного параллелепипеда, изображенного на рисунке 35.

875. Начертите развертку прямоугольного параллелепипеда и куба, пользуясь рисунком 36.

876. Разрежьте коробку из под чая так, чтобы получить развертку прямоугольного параллелепипеда.

877. Найдите сумму длины всех ребер и площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с измерениями:

1) $a = 5$ см, $b = 4$ см, $c = 6$ см;

2) $a = 2\frac{2}{5}$ см, $b = 1\frac{1}{2}$ см, $c = 4$ см;

3) $a = 3\frac{3}{4}$ см, $b = 2\frac{2}{5}$ см, $c = 1\frac{1}{2}$ см.

878. Длина ребра куба:

1) 1 см; 2) 5 см; 3) 10 см; 4) $\frac{1}{2}$ см.

Найдите сумму длины ребер и площадь поверхности куба.

879. Длина всех ребер куба: 1) 72 см; 2) 36 см; 3) 84 см; 4) 120 см. Найдите площадь поверхности куба.
880. Длина прямоугольного параллелепипеда 6 см, ширина равна $\frac{2}{3}$ длины. Высота в 2 раза меньше длины. Найдите сумму длины всех ребер и площадь поверхности параллелепипеда.
881. На рисунке 37 изображены два аквариума одинакового размера. На изготовление какого из них ушло больше стекла?

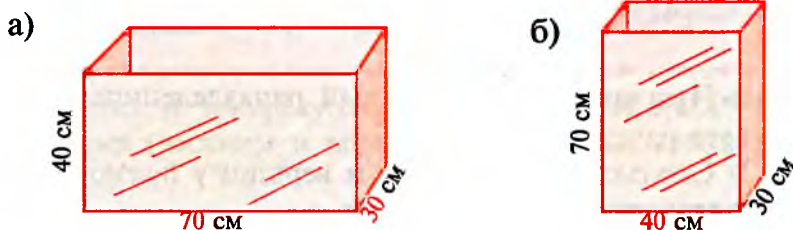


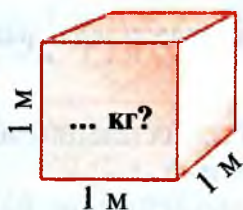
Рис. 37.

882. Сумма длины 3 ребер прямоугольного параллелепипеда, выходящих из одной вершины равна: 1) 24 см; 2) 18 см. Чему равна длина всех его ребер?
883. Площадь 3-х граней прямоугольного параллелепипеда равна 35 см^2 , 14 см^2 и 20 см^2 . Найдите площадь его поверхности.
884. Площадь одной грани куба равна: 1) 36 см^2 ; 2) 64 см^2 ; 3) 81 дм^2 ; 4) 100 дм^2 . Найдите сумму длины ребер и площадь поверхности куба.
885. Измерения прямоугольного параллелепипеда: $a = 7 \text{ см}$, $b = 4 \text{ см}$, $c = 2 \text{ см}$. Найдите сумму длины его ребер и площадь поверхности.
886. Ребро куба: 1) 7 см; 2) 20 см; 3) 25 дм; 4) 100 см; 5) 2 м; 6) 5 м. Найдите сумму длины его ребер и площадь поверхности.

62



Единицы измерения объема. Объем прямоугольного параллелепипеда



Масса 1 дм^3 пробки 200 граммов. Найдется ли среди вас богатырь, который сможет поднять 1 м^3 пробки?

Примем некоторый отрезок за единичный.

Куб, ребром которого является единичный отрезок, называется **единичным кубом**.

За единицу объема принимается **объем единичного куба**.

Если прямоугольный параллелепипед можно разбить на n единичных кубов, то его объем равен n **кубическим единицам**.

Пример. Длина прямоугольного параллелепипеда 4 см, ширина 3 см, высота 5 см. Этот параллелепипед можно разбить на 5 слоев, в каждом из которых будет $4 \cdot 3 = 12$ кубов (рис.38).

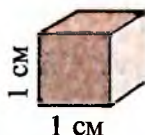
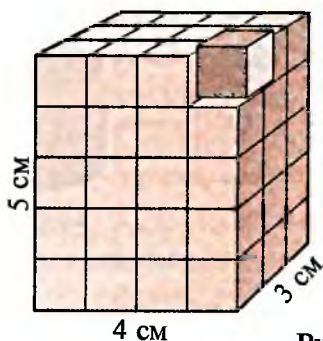


Рис. 38.

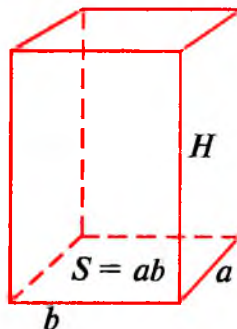


Рис. 39.

В таком случае прямоугольный параллелепипед разобьется на $5 \cdot (4 \cdot 3) = 60$ единичных кубов. Значит, объем этого параллелепипеда $V = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60 \text{ (см}^3\text{)}$.

Если длина прямоугольного параллелепипеда a , ширина b , высота c единиц, тогда его объем:

$$V = a \cdot b \cdot c \text{ (куб единиц).}$$

Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению всех его измерений.

Но $a \cdot b$ — площадь основания параллелепипеда (рис. 39).

Обозначим ее буквой S : $S = a \cdot b$.

Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади его основания на высоту:

$$V = S \cdot H, \text{ где } S \text{ — площадь основания, } H \text{ — высота.}$$

Так как все ребра куба равны между собой, т.е.: $a = b = c$ его объем равен:

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3 \text{ (куб единиц).}$$

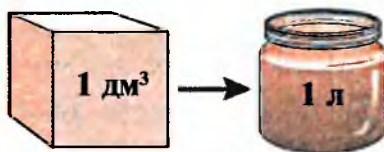
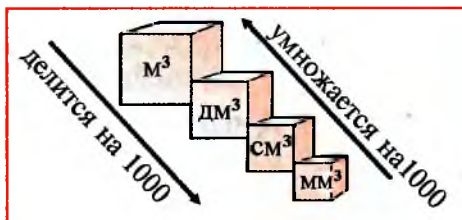
Примеры.

1) Объем куба с ребром 1 см равен $V = 1 \text{ см}^2 \cdot 1 \text{ см} = 1 \text{ см}^3$.

2) Объем куба со стороной 1 дм равен $V = 1 \text{ дм}^3$.

3) Объем куба со стороной 1 м равен $V = 1 \text{ м}^3$.

Объем жидкости измеряется обычно в литрах, $1 \text{ дм}^3 = 1 \text{ л}$.



887. 1) Что называется единичным кубом?

2) Как найти объем прямоугольного параллелепипеда?

Приведите примеры.

3) Чему равен объем куба?

4) В каких единицах измеряется объем жидкостей?

888. Выведите связь между единицами объема.

Образец:

$$1 \text{ см}^3 = 1 \text{ см} \cdot 1 \text{ см} \cdot 1 \text{ см} = 10 \text{ мм} \cdot 10 \text{ мм} \cdot 10 \text{ мм} = 1000 \text{ мм}^3.$$

$$1 \text{ дм}^3 = 1 \text{ дм} \cdot 1 \text{ дм} \cdot 1 \text{ дм} = \dots \text{ см} \cdot \dots \text{ см} \cdot \dots \text{ см} = \dots \text{ см}^3.$$

$$1 \text{ м}^3 = 1 \text{ м} \cdot 1 \text{ м} \cdot 1 \text{ м} = \dots \text{ дм} \cdot \dots \text{ дм} \cdot \dots \text{ дм} = \dots \text{ дм}^3.$$

$$1 \text{ км}^3 = 1 \text{ км} \cdot 1 \text{ км} \cdot 1 \text{ км} = \dots \text{ м} \cdot \dots \text{ м} \cdot \dots \text{ м} = \dots \text{ м}^3.$$

889. Пусть ребро куба: 2 см; 6 см; 2 дм; $\frac{1}{2}$ м. Найдите его объем.

890. На сколько кубов с ребром 2 см можно разбить куб с ребром 8 см?

891. Вычислите объем прямоугольного параллелепипеда, если:

1) $a = 10$ см, $b = 8$ см, $c = 6$ см;

2) $a = 16$ см, $b = 1\frac{1}{2}$ дм, $c = \frac{1}{2}$ м.

$$\begin{aligned} 41^2 + 43^2 + 45^2 &= 5555 \\ 16^2 + 31^2 + 46^2 &= 3333 \end{aligned}$$

892. 1) Площадь пола 20 м². Объем комнаты 60 м³. Найдите высоту комнаты.

2) Объем комнаты 36 м³. Высота комнаты 3 м. Найдите площадь пола.

893. Чему равен объем куба с площадью основания:

1) 49 см²; 2) 64 дм²; 3) 100 см²; 4) 400 см²? Площадь поверхности? Сумма длины ребер?

 **894.** Как изменится объем куба, если его ребро: 1) увеличится в 3 раза; 2) уменьшится в 2 раза.

 **895.** Аквариум имеет форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями 60 см, 40 см, 30 см. Сколько трехлитровых банок воды понадобится, чтобы поверхность воды была на высоте 20 см от дна?

896. Площадь поверхности куба: 1) 486 см²; 2) 150 дм²; 3) 1 350 см²; 4) 864 дм². Найдите объем куба и сумму длины трех его ребер, выходящих из одной вершины.

897. Имеются две прямоугольные коробки размером 4 см, 3 см и 2 см; 2 см, 2 см и 5 см. В какую из коробок поместится больше единичных кубов?
898. Объем бензобака автомашины «Дамас» 37 л бензина. 1 л бензина хватает на 12 км. Хватит ли полного бака бензина на путь 500 км?
899. Площадь основания куба равна 16 дм². Найдите объём куба.
900. Сколько литров воды поместится в аквариум с измерениями: 1) 30 см, 30 см, 50 см; 2) 50 см, 40 см, 30 см.

Тест

7

Проверь себя!

- Вычислите: $\left(\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{6} - \frac{5}{9}\right) : \frac{5}{9} + \frac{1}{3}$.
 A) $\frac{23}{60}$; B) $\frac{1}{32}$; C) $\frac{53}{60}$; D) $\frac{11}{32}$.
- Число девочек в начальных классах школы составляет $\frac{7}{20}$ от общего числа детей. Мальчиков на 252 больше, чем девочек. Сколько всего детей в младших классах?
 A) 840; B) 640; C) 546; D) 740.
- Первое число равно $\frac{3}{5}$, второе $\frac{3}{20}$. Во сколько раз первое число больше второго?
 A) 4; B) $\frac{9}{20}$; C) $\frac{9}{100}$; D) $\frac{6}{25}$.
- Сумма длины всех ребер куба равна 48 см. Найдите площадь его поверхности.
 A) 96 см²; B) 24 см²; C) 48 см²; D) 56 см².
- Измерения прямоугольного параллелепипеда 7 см, 24 см и 8 см. Найдите объем этого параллелепипеда.
 A) 1344 см³; B) 496 см³; C) 192 см³; D) 168 см³.



Упражнения для повторения материала

цена = 160 сумов + цена половины тыквы.

цена = 200 сумов + цена половины арбуза.

→ На сколько дешевле?

- На рисунке 40 изображена ломаная линия, с ней вы познакомились в 4-м классе. Измерьте длину звеньев ломаной линии — AB , BC , CD , DE , EF , FK . Найдите сумму их длин — длину ломаной.
- 1) Обозначьте на числовом луче точки $A(2)$, $B(4)$, $C(5)$, $D(7)$;
2) Запишите координаты точек E , F , K , L , изображенных на рисунке 41.

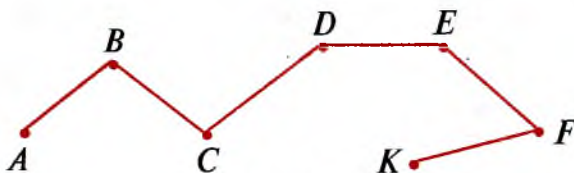


Рис. 40.

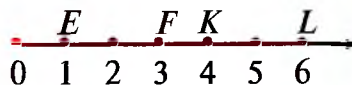


Рис. 41.

- Выполните действия:
 - $(73\,486 + 11\,349 - 51\,835) \cdot (300 \cdot 405 - 121\,495)$;
 - $(35\,436 - 21\,326 + 10\,690) : 10 \cdot (20\,820 - 4\,159)$.
- Вычислите наиболее простым способом:
 - $812 \cdot 87 + 13 \cdot 812$; 2) $518 \cdot 1\,756 - 518 \cdot 756$.
- Выполните действия:
 - $(6\,012 : 18 + 14\,250 : 125) \cdot (257\,250 : 375 - 33\,750 : 225)$;
 - $177\,720 : 24 - (31\,050 : 207 - 1\,545 : 15 + 7\,950 : 150)$.

- дробей $\frac{2}{3}; \frac{5}{8}; \frac{13}{10}; \frac{17}{12}; \frac{1}{4}; \frac{3}{5}$ по 4 равные дроби.

18. Приведите дроби к общему знаменателю:

1) $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{12}$; 2) $\frac{4}{15}$ и $\frac{3}{5}$; 3) $\frac{11}{12}$ и $\frac{31}{40}$; 4) $\frac{7}{18}$ и $\frac{8}{17}$.

19. Сравните дроби:

1) $\frac{3}{14}$ и $\frac{9}{14}$; 2) $\frac{3}{7}$ и $\frac{3}{8}$; 3) $\frac{11}{12}$ и $\frac{13}{15}$; 4) $\frac{69}{70}$ и $\frac{79}{80}$.

20. Какой угол в градусах образуют стрелки часов в 10 часов, 12 часов, 4 часа, 8 часов, 3 часа, 6 часов?

21. Чему равна половина, четверть развернутого угла?

22. Выполните действия:

1) $3\frac{1}{5} + 5\frac{2}{5}$; 2) $7\frac{5}{8} - 2\frac{1}{8}$; 3) $4\frac{14}{15} + 2\frac{13}{15}$; 4) $10\frac{2}{9} - 6\frac{8}{9}$.

23. Найдите произведения:

1) $3\frac{1}{7} \cdot 2\frac{3}{11}$; 2) $2\frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{4}$; 3) $7\frac{1}{5} \cdot 3\frac{1}{9}$; 4) $4\frac{5}{6} \cdot 1\frac{3}{7}$.

24. Разделите дроби:

1) $\frac{3}{4} : \frac{1}{8}$; 2) $\frac{17}{21} : \frac{34}{63}$; 3) $3\frac{1}{7} : 1\frac{7}{14}$; 4) $8\frac{4}{5} : 1\frac{8}{10}$.

25. 1) Прибавьте к $\frac{4}{9}$ от 126 число, $\frac{3}{7}$ которого равны 18.

26. Выполните действия:

1) $1\frac{1}{3} \cdot 2\frac{2}{3} + 4\frac{1}{8} : 2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{3}$; 2) $2\frac{5}{8} \cdot 1\frac{5}{7} : 2\frac{1}{2} + 8\frac{1}{3} \cdot 2\frac{2}{5} + 4\frac{1}{5} : 3\frac{1}{2}$.

27. Сумма всех ребер куба 60 см. Найдите площадь поверхности куба.

28. Найдите площадь поверхности и объем прямоугольного параллелепипеда, ребра которого 3 см, 4 см, 5 см.

29. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда с измерениями: 1) $a = 5$ см, $b = 6$ см, $c = 10$ см;

2) $a = 8$ дм, $b = 3\frac{1}{2}$ дм; $c = 4\frac{1}{2}$ дм.

Ответы

5. Если приписать один 0, увеличится в 10 раз; увеличится на 1 107. **6.** 1) 234, 243, 324, 342, 423, 432; 2) 309, 390, 903, 930. **9.** 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91. **14.** 999; $999 + 1 = 1000$; четырехзначное число. **15.** 1) 90; 2) 900. **16.** 1) 9876 543 210; 2) 1 023 456 789. **17.** 10 000; на 9 000. **25.** 189 цифр; каждая из цифр 6 и 9 встречается 20 раз. **26.** 1) $21 \cdot 1 = 21 : 1 = 21$; 2) $2 + 2 + 2 = 2 \cdot 2 + 2 = 2 + 2 \cdot 2$; 3) $5 \cdot 1 \cdot 1 = 5 : 1 \cdot 1 = 5 \cdot 1 : 1 = 5 : 1 : 1 = 5$. **28.** 100 999. **36.** 3) 16; 25; 34; 43; 52; 61; 70. **38.** 2) 12 076; 4) 3 519. **45.** 1) 4, 5, 6, 7, 8, 9; 3) 0, 1, 2, 3, 4. **46.** 1) $6^{**} < 4^{***}$, так как справа в неравенстве пятизначное число, а слева — четырехзначное. **49.** 2) 8, 9; 4) 23, 24, 25, 26, 27; 28; 6) 175, 176, 177, 178. **53.** 1) 198, 199; 201, 202; 2) 603, 604; 606, 607. **55.** 1) 1 400 км; 2) 2 200 км. **58.** 2) $\approx 500\,000$; $\approx 1\,000\,000$; $\approx 700\,000$. **68.** 50. **69.** Наполним 6-литровый сосуд, нальем в 8-литровый, во второй раз наполним 6-литровый сосуд, доверху дольем 8-литровый, в 6-литровом останется 4 литра. **83.** 2) 1 082 594; 4) 2 649 200. **84.** 1) 0 и 0; 1 и 9; 2 и 8; 3 и 7; 4 и 6; 5 и 5; 6 и 4; 7 и 3; 8 и 2; 9 и 1. **86.** 14; 140. **87.** 1) оканчивается цифрой 5; 2) оканчивается 0. **88.** 1) $1\,000 + 1\,456 = 1\,001 + 1\,455 = 1\,002 + 1\,454 = \dots = 1\,228 + 1\,228$; 2) например: $728 + 729 + 999 = \dots$. Наименьшая сумма 3 четырехзначных чисел равна 3000. Значит, записать нельзя. **99.** 2) 17 000; 4) 11 000. **101.** 1) 31; 2) 28. **102.** 45 домов; 7 саженьцев. **104.** Через 18 лет. **106.** 2) 2 333; 4) 20 543. **111.** 1) 400; 3) 318. **116.** 4) 51 616; 6) 27 596 999; 8) 19 564 111. **120.** 2) 14 457; 4) 32 358; **124.** 540. **126.** 35, 46, 58, 71, 85. **127.** Да. 1) 12, 69; 3) 54, 170. **135.** 2) 274; 3) 6 800. **137.** 34 пассажира. **142.** 2) 418 506; 4) 20 821. **146.** 291 пассажира. **150.** 3 кг. **156.** 150 и 30. **157.** $ab \cdot 10101 = ababab$, например, $48 \cdot 10101 = 484\,848$. **179.** Произведение двух натуральных чисел последние цифры которого 0, 1, 5, 6 оканчиваются цифрами 0, 1, 5, 6, т.е. цифрами. **180.** 4)

<i>a</i>	1	2	3	4	6	9	12	18	36
<i>b</i>	36	18	12	9	6	4	3	2	1

$$a \cdot b = 36.$$

195. 3. **208.** 1) 122; 4) 129. **221.** 12. **222.** 2) $6 \cdot (9 + 21) : (3 - 2) = 180$. **232.** 441. **236.** 3) 204; 5) 140. **246.** 60 овец. **251.** 1) 9; 2) 9. **258.** 1) 50 и 10; 2) 5 и 1. **269.** 4) $x = 16$. **271.** 1. **272.** увеличивается в 4 раза. **283.** 1) квадраты чисел 4; 5; 6; 7; 8; 9 — двузначные числа; 2) кубы чисел 5; 6; 7; 8; 9 — трехзначные

числа. **284.** 1) $14^3 = 2744$; 2) $15^3 = 3375$. **298.** 2) Периметр прямоугольника увеличился в 3 раза. **299.** 2) 25. **313.** 3) 101 га 3 ар 75 м². **327.** 1) в 4 раза; 2) в 25 раза; 3) в 100 раза. **328.** 2) Такой вывод сделать нельзя; 3) такой вывод сделать нельзя. **329.** 112 см. **343.** 1) $x = 10$; 2) $y = 7$. **344.** 9009. **366.** 90 литр, 180 литр. **369.** 77 м; 43 м. **372.** 1 332. **375.** 210 та то'р. **379.** Число кур на 640 больше числа овец. **393.** 1) будет; 2) нет; 3) будет. **407.** 1) $7a + 7b = 7(a + b)$ — это произведение делится на 7; 2) $ab + ac = a(b + c)$ — это произведение делится на a . **408.** По 7. **422.** 1) Можно составить числа, делящиеся на 5. Нельзя составить числа, делящиеся на 2, на 10; 2) можно. **423.** Оканчивается двумя 0; кратно. **438.** $8a0$; вместо a можно подставить любую цифру, кроме 1. **439.** В трехзначном числе $a4b$: $a = 3, 1, 8, 6$; b соответственно, может быть равно: 2, 4, 6, 8. **450.** Простое число, если $a = 1$. Для других цифр a — составное число. **451.** 360. **452.** Да, составное число. **462.** 1) вместо * должна стоять 9. **463.** Можно. **464.** 1) 3; 4) 1. **478.** 1) 9; 2) 6. Можно было. **492.** 1) 144 и 216; 2) 12 и 20. **495.** 1) 6480; 3) 1590. **497.** 20. **504.** 1 км. **505.** Через 2 часа. **506.** 80 км/ч. **509.** 55 км/ч; 33 000 сумов. **512.** 20-5-сумовых, 25-10-сумовых. **513.** 840 км. **514.** 10 треугольников, 15 пятиугольников. **516.** 70 овец; 100 кур. **517.** 250 м, 450 м. **518.** 1) 10; 15. **519.** 25. **529.** 4 кв. см. **530.** 1) 3 см. **539.** 1) Они равны; 2) $80 : 2 = 40$, $180 : 4 = 45$, значит, четверть 180 больше. **543.** Равна: 12 минут. **546.** 1) 2006; 2) 4984. **553.** 1) $\frac{10}{30}$; 2) $\frac{3}{30}$; 3) $\frac{6}{30}$; 4) $\frac{3}{30}$. **556.** $\frac{4}{16}$ закрашены; $\frac{12}{16}$ не закрашены. **557.** 6 км. **565.** 30 см; длина $\frac{9}{15}$, ширина $\frac{5}{15}$ частей. **566.** $2 + 3 + 7 = 12$. **568.** Да, есть: 2) $\frac{24}{6} = 4$; 5) $\frac{8}{8} = 1$. **579.** а) 1) $n = 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$; 5) $n = 1, 2, 3, 4$; б) 4) $n = 1, 2, 3, 4, 5$; 5) $n = 5, 6, 7$. **580.** а) 2) 0, 1, 2, 3, 4; 3) 1, 2, 3; 4) 5, 6, 7, 8, 9; 5) 6, 7, 8, 9. **583.** 1) 33846; 2) 2000. **591.** 1) например: $\frac{101}{10}, \frac{102}{10}, \frac{103}{10}, \frac{109}{10}$. **592.** $b = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$. **594.** $3\frac{3}{4}$ см. **603.** $\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{16}{20} = \frac{20}{25} = \frac{24}{30} = \frac{28}{35} = \frac{32}{40}$. **604.** 1) $x = 13$; 2) $x = 18$. **609.** 1) $x = 6$; 2) $x = 6$; 3) $x = 56$. **617.** 1) $x = 30$; 2) $x = 25$; 3) $x = 8$; 4) $x = 3$. **621.** $\frac{7}{9}, \frac{22}{39}, \frac{29}{45}$. **630.** 4: $\frac{21}{30}, \frac{22}{30}, \frac{23}{30}, \frac{24}{30}$. **633.** 3) $\frac{15}{48}$ и $\frac{8}{48}$. **634.** 1) $\frac{49}{56}$

- и $\frac{4}{56}$; 3) $\frac{21}{36}$ и $\frac{32}{32}$. **641.** 1) $b=1, 2, 3, 4, 5$. **642.** Например, $a = \frac{2}{6}; \frac{3}{36}; \frac{4}{36}; \frac{5}{36}$.
- 647.** $\frac{5}{24}, \frac{6}{24}, \frac{7}{24}$. **654.** Шестиугольный. **655.** Восьмиугольный. **667.**
- 1) $\angle DOE; \angle BOD; \angle AOC$; 3) $\angle COE; \angle AOD$. **670.** $145^\circ; 35^\circ; 145^\circ$. **673.** $\angle AOC = 70^\circ$. **679.** 2 м. **680.** 1) $b = 16$; 2) $b = 22$; 3) $b = 26$. **681.** 1) $\frac{9}{14}$; 2) $\frac{13}{18}$; 3) $\frac{61}{100}$.
- 682.** Да. **683.** 1) Числители сложатся, знаменатели не изменятся: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.
- 686.** На $\frac{8}{14}$. **687.** 1) 1; 2) $\frac{1}{2}$. **693.** 1) $\frac{10}{31}$; 3) $\frac{1}{16}$. **694.** 5; 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{20}$. **695.** 0; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{7}{9}$. **696.** $\frac{30}{69}$. **698.** 1) $\frac{3}{31}$; 3) $\frac{41}{53}$. **699.** 1) $a = 5$; 2) $a = 5$; 3) $a = 16$. **700.** 1) 1; 3) $\frac{1}{2}$. **703.** 3) $\frac{13}{30}$; 4) $\frac{27}{28}$. **704.** 3) $\frac{5}{8}$; 4) $\frac{11}{28}$. **707.** 1) $1\frac{5}{8}$; 3) $\frac{1}{5}$. **709.** На $\frac{9}{20}$. **710.** На $\frac{5}{6}$; часть $\frac{1}{6}$. **711.** 2) $\frac{16}{21}$; 4) $\frac{5}{8}$. **712.** 1) $\frac{29}{36}$; 3) $\frac{2}{15}$. **714.** 3) $\frac{25}{28}$; 4) $\frac{1}{24}$. **715.** 1) $\frac{5}{8}$; 2) $\frac{3}{16}$; 3) $\frac{11}{15}$. **720.** 1) $\frac{59}{132}$; 2) $5\frac{1}{89}$; 3) $3\frac{13}{20}$. **724.** $\frac{79}{90}$ часть. **727.** $\frac{11}{15}$ часть. **728.** 1) $4\frac{5}{7}$; 3) $11\frac{5}{12}$. **729.** 1) $\frac{2}{5} > \frac{2}{7}$, значит, $1 + \frac{2}{5} > 1 + \frac{2}{7}$; 2) $\frac{1}{8} < \frac{1}{6}$, значит, $1 - \frac{1}{8} > 1 - \frac{1}{6}$. **732.** 1) $5\frac{5}{6}$; 2) $10\frac{11}{14}$. **735.** 1) $5\frac{11}{24}$; 2) $5\frac{29}{40}$. **736.** 1) $9\frac{7}{8}$ см. **738.** 41 м. **741.** 3) $2\frac{2}{3}$; 4) $3\frac{7}{8}$. **742.** 2) $2\frac{3}{5}$; 4) 5. **744.** $5\frac{3}{4}$ т. **745.** $14\frac{7}{10}$ кг. **746.** 18 м. **747.** 1) $20\frac{2}{5}$. **749.** 2) $\frac{33}{100}$; 4) $\frac{1}{4}$; 5) $\frac{17}{36}$. **751.** 2) $14\frac{5}{8}$; 4) $3\frac{5}{18}$. **752.** $77\frac{1}{20}$ м. **754.** $4\frac{1}{2}$ км/ч; $1\frac{3}{10}$ км/ч. **756.** $9\frac{1}{6}$; $3\frac{1}{2}$. **757.** 1) $8\frac{10}{41}$; 2) $12\frac{12}{17}$. **760.** 1) $8\frac{15}{16}$; 2) $5\frac{17}{28}$. **762.** $6\frac{1}{8}$. **763.** $27\frac{3}{14}$.

- 764.** Отрезок AB длиннее; $\frac{3}{20}$ дм длиннее. **766.** 1) $x = 6\frac{1}{6}$; 2) $x = 4$. **772.** 1) $\frac{1}{5}$; 3) $\frac{3}{22}$; 5) $\frac{9}{80}$. **773.** Да; нет. **774.** 1) $4\frac{1}{4}$; 2) $4\frac{19}{21}$. **775.** $3\frac{1}{5}$ дм; $\frac{16}{25}$ дм²; **779.** 20 кг. **780.** 1) $\frac{2}{15}$; 2) $\frac{2}{11}$; 3) $\frac{1}{17}$. **785.** 1) 15; 3) $13\frac{1}{2}$. **787.** 1) 82; 2) $22\frac{3}{5}$. **789.** 1) $21\frac{1}{6}$; 3) $79\frac{3}{8}$; 4) $11\frac{2}{7}$. **794.** 1) 10; 2) $4\frac{7}{8}$. **800.** 2) $2\frac{3}{5}$ т. **802.** 2 кг. **803.** 1200 м/мин; 1 120 м/мин. **805.** 3 кг. **806.** 56 кг. **808.** 1) 100 кг. **810.** 15 девочек. **814.** 1) $\frac{20}{29}$; 2) $\frac{6}{91}$. **816.** Да. **817.** 1) 1; 2) $\frac{25}{2}$. **820.** 1) Да; 2) нет; 3) да. **823.** 1) $1\frac{14}{29}$; 2) $\frac{28}{23} = 1\frac{5}{23}$. **831.** 1) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{3}{8}$. **832.** 1) $60\frac{3}{4}$ км/ч; 2) 50 км/ч. **835.** 1) $7\frac{2}{5}$ дм. **836.** $1\frac{2}{3}$ ч; $3\frac{1}{3}$ ч. **838.** 1) $2\frac{2}{3}$; 3) $\frac{1}{22}$. **842.** Первое число больше; больше на 15. **843.** 450 м². **845.** На 640. **846.** Хасан 8, Зухра 4. **847.** 9; 12. **849.** 2 кг. **850.** 64 года. **853.** 1) $2\frac{19}{20}$; 2) $4\frac{7}{13}$. **854.** 1) 5 800; 3) 8. **856.** На 700. **858.** 27 км. **862.** 2376 сум. **864.** 1) $\frac{2}{7}$; 2) $1\frac{3}{4}$. **865.** 1) $3\frac{2}{5}$; 2) 5. **868.** 160 сум. **869.** $\frac{3}{8}$ часть. **870.** 1) $1\frac{1}{2}$ ч. **871.** Больше у второго, так как $\frac{6}{7} < \frac{8}{9}$. **872.** 1) $4\frac{1}{25}$; 2) $\frac{2}{3}$. **879.** 1) 216 см²; 2) 54 см². **880.** 108 см²; 52 см. **881.** 10 100 см² < 11 000 см². **882.** 1) 96 см; 2) 72 см. **883.** 138 см². **890.** 64. **892.** 1) 3 м; 2) 12 м². **894.** 1) Увеличится в 27; 2) Уменьшится 8 раз. **895.** В 16 раз. **898.** Не хватит. **900.** 1) 45 литр; 2) 60 литр.

Ответы упражнений на повторение

- 3.** 1) 165 000. **4.** 2) 518 000. **5.** 1) 240 128; 2) 7 305. **9.** 15 см; 225 см². **11.** 400 см². **12.** 1) 4; 2) 9. **13.** 1) 36; 3) 558. **14.** 520 км. **15.** Через 2 ч. **19.** 2) $\frac{3}{7} > \frac{3}{8}$; 4) $\frac{69}{70} < \frac{79}{80}$. **23.** 1) $7\frac{1}{7}$; 3) $22\frac{2}{5}$. **25.** 98. **26.** 1) $3\frac{13}{18}$; 2) 23.

СОДЕРЖАНИЕ

Повторение курса начальной школы	3
--	---

ГЛАВА I. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

§ 1. Натуральные числа и нуль

Тема 1. Десятичная система счисления	5
Тема 2. Ряд натуральных чисел	6
Тема 3. Многозначные числа. Единицы разрядов	8
Тема 4. Запись и чтение натуральных чисел	9
Тема 5. Сравнение натуральных чисел	12
Тема 6. Округление натуральных чисел	16
Тема 7. Отрезок. Прямая линия. Луч	18
Проверь себя! (тест 1)	23
Исторические сведения	24

§ 2. Сложение и вычитание натуральных чисел

Тема 8. Сложение многозначных натуральных чисел. Переместительный закон сложения	25
Тема 9. Сочетательный закон сложения	29
Тема 10. Вычитание многозначных натуральных чисел	33
Тема 11. Упражнения на сложение и вычитание натуральных чисел ..	40
Проверь себя! (тест 2)	43
Исторические сведения	44

§ 3. Умножение и деление натуральных чисел

Тема 12. Умножение натуральных чисел. Переместительный закон умножения	45
Тема 13. Сочетательный закон умножения	49
Тема 14. Распределительный закон умножения	51
Тема 15. Частные случаи умножения натуральных чисел	55
Тема 16. Деление натуральных чисел. Основное свойство частного ...	58
Исторические сведения	62
Тема 17. Задачи на части	63
Тема 18. Деление с остатком	66
Тема 19. Степень числа. Квадрат и куб числа	69
Тема 20. Периметр прямоугольника и квадрата	73

Тема 21. Единицы измерения площади	76
Исторические сведения	79
Тема 22. Площадь прямоугольника и квадрата	80
Тема 23. Уравнение	83
Исторические сведения	85
Тема 24. Числовые и буквенные выражения	87
Тема 25. Примеры и задачи на четыре действия над натуральными числами	91
Проверь себя! (тест 3)	94

§ 4. Делимость натуральных чисел

Тема 26. Делители и кратные числа. Четные и нечетные числа	95
Тема 27. Свойства делимости чисел	98
Тема 28. Признаки делимости чисел. Признаки делимости чисел на 10, на 5 и на 2	101
Тема 29. Признаки делимости чисел на 9 и на 3	104
Исторические сведения	107
Тема 30. Простые и составные числа	107
Тема 31. Разложение натуральных чисел на простые множители	110
Тема 32. Наибольший общий делитель	112
Тема 33. Наименьшее общее кратное	115
Исторические сведения	118
Тема 34. Задачи на движение	119
Тема 35. Решение текстовых задач арифметическим методом	123
Тема 36. Окружность и круг	126
Проверь себя! (тест 4)	129

ГЛАВА II. ДРОБНЫЕ ЧИСЛА

§ 5. Обыкновенные дроби

Тема 37. Доли	130
Тема 38. Понятие о дроби	132
Тема 39. Дробь как частное от деления натуральных чисел	135
Тема 40. Правильные и неправильные дроби	138
Тема 41. Целая и дробная части неправильной дроби	141
Тема 42. Основное свойство дроби	144
Тема 43. Сокращение дробей	147
Тема 44. Приведение дробей к общему знаменателю	150

Тема 45. Сравнение дробей	153
Тема 46. Понятие об угле. Развернутый и прямой углы	157
Тема 47. Измерение углов. Транспортир	160
Проверь себя! (тест 5)	163

§ 6. Сложение и вычитание дробей

Тема 48. Сложение дробей с одинаковыми знаменателями	164
Тема 49. Вычитание дробей с одинаковыми знаменателями	167
Тема 50. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями	169
Тема 51. Сумма и разность целого числа и дроби	172
Тема 52. Сложение и вычитание смешанных чисел	175
Тема 53. Упражнения на сложение и вычитание дробей	180
Проверь себя! (тест 6)	183

§ 7. Умножение и деление дробей

Тема 54. Умножение дробей	184
Тема 55. Умножение смешанных чисел	186
Тема 56. Нахождение части числа	189
Тема 57. Взаимно-обратные числа	193
Тема 58. Деление дробей	196
Тема 59. Нахождение числа по его части	199
Тема 60. Упражнения на четыре действия над обыкновенными дробями	202
Тема 61. Прямоугольный параллелепипед и куб	205
Тема 62. Единицы измерения объема. Объем прямоугольного параллелепипеда	209
Проверь себя! (тест 7)	212
Упражнения для повторения материала	213
Ответы	216

М54 **Мирзаахмедов М.А., Рахимкариев А.А.**
Математика: учебник для 5-го класса общеобразовательных школ.—Т.: Государственное научное издательство «Узбекистон миллий энциклопедияси», 2007.—224 с.

ББК 22.1я72

Mirfozil Abdulhaqovich Mirzaahmedov
Abduvahob Abdurahmonovich Rahimqoriyev

Matematika

5- sinf uchun darslik

(rus tilida)

Государственное научное издательство
«O'zbekiston milliy ensiklopediyasi»

Ташкент — 2007

Ташкент, 129, ул. Навои, 30.

Переводчики	М. Сагдуллаев, Р. Юсупов
Редактор	А. Кременцова
Дизайнер	А. Якубжанов
Тех. редактор	М. Алимов
Верстка	А. Жуманиязов

Подписано к печати 28.06.2007 г. Формат 70×90 1/16

Гарнитура «Таймс», кегль 11,5. Усл. печ. л. 16,38.

Уч.-изд. л. 16,27. Тираж 36202.

Заказ № 07—664.

Отпечатано на ИПТД «O'zbekiston»
Узбекское Агентство по печати и информации.
Ташкент, 129, ул. Навои, 30.

Свободной продаже не подлежит

- **Натуральные числа и нуль**
- **Сложение и вычитание натуральных чисел**
- **Умножение и деление натуральных чисел**
- **Делимость натуральных чисел**

- **Обыкновенные дроби**
- **Сложение и вычитание дробей**
- **Умножение и деление дробей**



ISBN 978-9943-07-047-9

